LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUR QUELQUES ASPECTS DU CALCUL MATRICIEL DES CIRCUITS NON LINÉAIRES A OSCILLATION LOCALE

par François BERTEIN,

Laboratoire d'Électronique et de Radioélectricité de la Faculté des Sciences de Paris.

Résumé. — On examine les règles générales du calcul matriciel dans ces circuits ; ce calcul conduit dans certains cas à décrire les courants, non par leurs diverses composantes, mais par leurs modulations en amplitude et en phase. Des applications sont données en ce qui concerne particulièrement les problèmes de stabilité des oscillateurs.

Abstract. — General principles are surveyed about matrix calculus applied to the above mentioned circuits. This method leads occasionnally to the description of currents not by their various components, but by amplitude and phase modulations. Applications are presented concerning chiefly problems of oscillator stability.

Nous considérons ici des circuits soumis *d'une part à une oscillation « locale » et d'autre part à un « signal » d'amplitude relativement faible.* Tels sont les circuits dits généralement modulateurs, qui trouvent un développement récent dans les amplificateurs paramétriques. Il peut arriver que le signal apparaisse spontanément et soit considéré comme utile (oscillateurs paramétriques) ou nuisible (modulation parasite apparaissant sur l'oscillation locale).

L'écriture des matrices a été appliquée à des cas importants, par exemple [1], [2], [3] ; nous nous proposons d'examiner ici, après les rappels indispensables, son emploi systématique dans des problèmes complexes.

MATRICES APPLIQUÉES AUX DIPOLES ET AUX CARACTÉRISTIQUES DE TRANSFERT

Définition des matrices. — Soit un dipôle ne contenant pas de force électromotrice et soumis à une oscillation locale (ω_0) (fig. 1*a*) lorsque cette oscillation existe seule, l'intensité et la tension aux bornes sont des fonctions périodiques $I(t)$, $V(t)$ de pulsation ω_0, supposées connues par étude préalable. Il arrive souvent que $V(t)$ soit fonction presque sinusoïdale ; $I_1(t)$, terme fondamental (ω_0) de $I(t)$ permet alors de définir *l'admittance* Y_{ω_0} de l'élément, au sens généralisé, à l'aide de la relation suivante (en notations complexes) :

$$I_1(t) = Y_{\omega_0}\, V(t).$$

Dans le cas d'un élément linéaire $Y_{\omega 0}$ est son

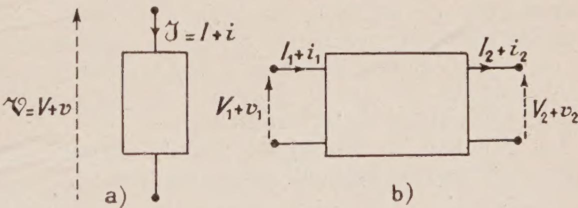


Fig. 1.

admittance usuelle. En présence d'un signal $v(t)$ l'intensité et la tension s'écrivent :

$$\mathfrak{I}(t) = I(t) + i(t) \qquad \mathfrak{V}(t) = V(t) + v(t)$$

$i(t)$ peut être considéré comme étant le « réponse » du dipôle à $v(t)$; dans toute la suite, on suppose $v(t)$ assez faible pour que $i(t)$ en dépende linéairement, c'est-à-dire satisfasse au *principe de superposition*,

Rappelons que le calcul de la réponse $i(t)$ dans le cas d'une *conductance non linéaire* c'est-à-dire

d'un élément défini par une relation algébrique :

$$\mathfrak{I} = f(\mathcal{V}) \qquad (1)$$

en l'absence de signal $v(t)$: $I = f(V)$
en présence de $v(t)$:

$$I + i = f(V + v) = f(V) + \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}V} v$$

d'où

$$i(t) = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}V} v(t)$$

$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}V}$ désigne la valeur de $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\mathcal{V}}$ quand $\mathcal{V} = V(t)$; c'est une fonction périodique (ω_0) de t, connue *a priori*. Exprimons-la par son développement de Fourier et supposons d'autre part le signal $v(t)$ donné par un développement trigonométrique du type indiqué ci-dessous :

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}V} = \sum_{-\infty}^{+\infty} G_n \, \mathrm{e}^{jn\omega_0 t} \qquad (2)$$

$$v(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} v_n \, \mathrm{e}^{j(n\omega_0 + \omega)t} \text{ (complexe en général)} \qquad (3)$$

Il en résulte immédiatement

$$i(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} i_n \, \mathrm{e}^{j(n\omega_0 + \omega)t} \qquad (4)$$

les coefficients étant

$$i_m = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} G_{m-n} \, v_m. \qquad (5)$$

C'est là l'expression de la correspondance cherchée entre v et i dans le cas le plus simple.

Voyons comment elle se généralise pour un dipôle *non linéaire quelconque*. Prenons tout d'abord $v(t)$ égal à une impulsion unité située en $t = \tau$; en vertu de la périodicité de fonctionnement due à l'oscillation locale, $i(t)$ est alors de la forme :

$$K(t - \tau) \, p(\tau) = K(t - \tau) \sum_{-\infty}^{+\infty} P_n \, \mathrm{e}^{jn\omega_0 \tau}$$

($p(\tau)$: périodique de pulsation ω_0).

La réponse à un signal (fictif) exponentiel $v(t) = \mathrm{e}^{j\omega t}$ en découle par superposition :

$$i(t) = \int_0^t \mathrm{e}^{j\omega\tau} K(t - \tau) \, p(\tau) \, \mathrm{d}\tau = \int_0^t \mathrm{e}^{j\omega(t-u)} \, K(u) \, p(t - u) \, \mathrm{d}u$$

c'est-à-dire en régime permanent (t très grand) :

$$i(t) = \int_0^\infty \mathrm{e}^{j\omega(t-u)} \, K(u) \, p(t - u) \, \mathrm{d}u.$$

Remplaçons la fonction $p(t - u)$ par son développement ; la réponse $i(t)$ au signal $\mathrm{e}^{j\omega t}$ prend ainsi la forme

$$i(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} Y_n(\omega) \, \mathrm{e}^{j(n\omega_0 + \omega)t}$$

en posant

$$Y_n(\omega) = \int_0^\infty P_n \, \mathrm{e}^{-j(\omega n_0 + \omega)u} \, K(u) \, \mathrm{d}u.$$

A partir de ce résultat une nouvelle application du principe de superposition montre qu'un signal $v(t)$ d'expression (3) donne une réponse de même forme (4), dont les coefficients sont :

$$i_m = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Y_{m-n}(n\omega_0 + \omega) \, v_n. \qquad (6)$$

C'est là la généralisation de la formule obtenue pour une conductance non linéaire.

Il est commode d'adopter une écriture matricielle. On définit à cet effet les matrices colonnes :

$$\boldsymbol{v} = \|v_n\| \qquad \boldsymbol{i} = \|i_n\| \qquad (7)$$

et la matrice carrée

$$\boldsymbol{Y} = \|Y_{mn}\| = \|Y_{m-n}(n\omega_0 + \omega)\| \qquad (8)$$

(les matrices seront notées en caractères gras ; les pulsations sont rangées dans l'ordre croissant sauf mention contraire).

Les relations (6) s'écrivent :

$$\boldsymbol{i} = \boldsymbol{Y}\boldsymbol{v} \quad \text{d'où} \quad \boldsymbol{v} = \boldsymbol{Z}\boldsymbol{i} \qquad \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Y}^{-1}. \qquad (9)$$

Les fonctions (3) et (4) mises en jeu sont complexes ; de même que dans les problèmes linéaires et sinusoïdaux, on obtiendra des solutions réelles en prenant les parties réelles des expressions obtenues.

Les matrices admittance et impédance $\boldsymbol{Y}$, $\boldsymbol{Z}$ ainsi définies dépendent bien entendu du régime d'oscillation locale : forme, amplitude, phase de $V(t)$. On montre aisément par exemple que si un certain régime d'oscillation locale donne au dipôle une admittance d'expression (7), le même régime déphasé de Φ (tension $V(t)$ devenant $V\left(t + \frac{\Phi}{\omega_0}\right)$ lui donne l'admittance :

$$\boldsymbol{Y}_\Phi = \|Y_{mn} \, \mathrm{e}^{j(m-n)\Phi}\|. \qquad (10)$$

Ce qui précède reste valable si $v(t)$ et $i(t)$ concernent non pas la même branche, mais deux branches différentes ; $\boldsymbol{Y}$ est alors une admittance de transfert. Il en est de même si on considère la relation entre deux tensions $u(t)$, $v(t)$ (matrices $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$) ce qui mettra en jeu une matrice gain en tension $\boldsymbol{A}$:

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{v}. \qquad (11)$$

On voit en définitive la possibilité d'avoir en superposition à l'oscillation locale (ω_0) des régimes comportant les diverses pulsations $n\omega_0 + \omega$ (ou $\pm (n\omega_0 + \omega)$ si l'on considère les fonctions réelles) en suite théoriquement infinie ($n = -\infty, \ldots, +\infty$) mais pratiquement très limitée en général (ex. : $n = 0, \pm 1$) en raison des propriétés de filtrage du circuit global.

Il peut arriver que ces diverses pulsations soient bien séparées les unes des autres et par suite isolables (ex. : amplificateurs paramétriques non dégénérés). Il peut arriver inversement qu'elles apparaissent en multiplicités que l'on devra garder en bloc : tel est le cas lorsque :

1) $\omega_0 \ll \omega$ ex. : circuit de régulation de fréquence de Pound (fig. 2*a*) ;

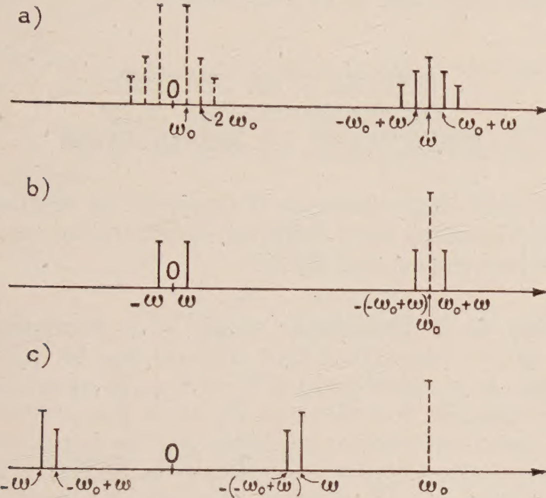


Fig. 2.

2) $\omega \ll \omega_0$, modulateurs usuels (fig. 2*b*).

L'ensemble des pulsations ω_0, $\pm\,\omega_0 + \omega$ forme une onde porteuse (ω_0) modulée par un signal (ω) faible ;

3) $\omega \# \omega_0/2$, amplificateurs paramétriques « dégénérés » (fig. 2*c*).

Rappel des dipôles les plus simples. — Dipôle linéaire. — Sa matrice admittance est diagonale, d'éléments $Y(n\omega_0 + \omega)$, $Y(\omega)$ étant la fonction admittance classique.

Conductance (résistance non linéaire). — Les propriétés en ont été rappelées au début ; suivant (5) :

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{G} = \|G_{m-n}\|.$$

Les éléments G_n sont les coefficients de Fourier du développement (2) de la fonction $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}V}$.

Dans le cas important où la tension locale aux bornes est une fonction paire, les G_n sont réels et la matrice $\boldsymbol{G}$ symétrique :

$$\boldsymbol{G} = \left\| \begin{matrix} G_0 & G_1 & G_2 \\ G_1 & G_0 & G_1 \\ G_2 & G_1 & G_0 \end{matrix} \right\| = G_0 \left\| \begin{matrix} 1 & \gamma_1 & \gamma_2 \\ \gamma_1 & 1 & \gamma_1 \\ \gamma_2 & \gamma_1 & 1 \end{matrix} \right\| \quad (12)$$

La matrice $\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Y}^{-1}$ a une structure analogue.

Appliquons, à un *élément redresseur polarisé*, l'amplitude de l'oscillation locale $V(t)$ étant assez faible pour que le courant passe en impulsions

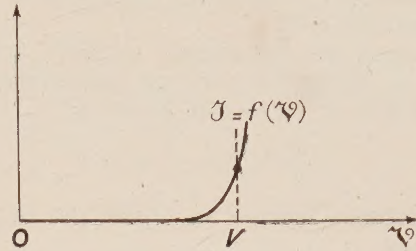


Fig. 3.

assez étroites (fig. 3) ; il en est alors de même de la fonction $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}V}$, d'où il résulte que les premières valeurs sont sensiblement égales ; on peut écrire par exemple :

$$G_0 \# G_1 \# G_2 \quad (13)$$

si le demi-angle de passage θ est inférieur à $\pi/4$.

Le cas analytique le plus simple d'un tel élément est donné par la caractéristique

$$\mathfrak{I} = i_0\, e^{a\mathfrak{V}} \quad (14)$$

sous régime local sinusoïdal d'amplitude V_0 ; on trouve :

$$G_n = a\, i_0\, I_n(a\, V_0) \quad (15)$$

(I_n fonction de Bessel modifiée, d'ordre n).

L'admittance généralisée de l'élément est dans les mêmes conditions :

$$G_{\omega_0} = \frac{G_1}{a\, V_0} = \frac{I_1(a\, V_0)}{I_0(a\, V_0)} \frac{G_0}{a V_0}. \quad (16)$$

Réactances non linéaires. — Il est commode de faire intervenir $\boldsymbol{\omega}$, matrice diagonale d'éléments $n\omega_0 + \omega$. On vérifie immédiatement que $\boldsymbol{\omega}$ exprime l'opération de dérivation ex. : $\mathrm{d}\boldsymbol{i}/\mathrm{d}t = j\boldsymbol{\omega i}$.

Une capacité est définie par une loi de charge

$$Q = f(\mathfrak{V})$$

ce qui donne entre matrices $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{Cv}$;

Si $V(t)$ est fonction paire, $\boldsymbol{C}$ a la structure (12) à éléments C_n, de là par dérivation $\boldsymbol{i} = \boldsymbol{Yv}$,

$$\boldsymbol{Y} = j\boldsymbol{\omega C}. \quad (17)$$

Une inductance définie par une loi $\mathfrak{V} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} f(\mathfrak{I})$ présente de même une impédance

$$\boldsymbol{Z} = j\boldsymbol{\omega L} \quad (18)$$

$\boldsymbol{L}$ a la structure(12) à éléments L_n à condition que $I(t)$, et non pas $V(t)$, soit ici fonction paire.

Si $V(t)$ ou $I(t)$ ne présentent pas la partie mentionnée, les matrices $\boldsymbol{G}$, $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{L}$ sont, non pas réelles

symétriques, mais seulement hermitiques, à files d'éléments égaux (en raison des égalités $G_{-n} = G_n^*$). Rappelons que l'effet d'un déphasage Φ se manifeste suivant (10).

Le caractère hermitique conduit immédiatement, au moins dans les cas particuliers actuels, à la relation de Manley et Rowe [4] :

$$\sum_n P_n/(n\omega_0 + \omega) = 0$$

(P_n puissance fournie au dipôle par la pulsation $n\omega_0 + \omega$).

Quadripôles. — Soit un quadripôle ne contenant pas de force électromotrice et soumis à une oscillation locale (ω_0) (*fig.* 1*b*) ; les intensités et tensions aux bornes d'entrée et de sortie sont des fonctions périodiques $I_1(t)$, $I_2(t)$, $V_1(t)$, $V_2(t)$. En présence d'un signal ces quantités deviennent $I_1(t) + i_1(t)$, $I_2(t) + i_2(t)$, $V_1(t) + v_1(t)$, $V_2(t) + v_2(t)$. On prendra le cas où les tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$ sont données par des expressions (3) mettant en jeu une suite de pulsations $n\omega_0 + \omega$.

Les résultats précédents permettent alors de déterminer la forme des relations existant entre v_1, v_2, i_1, i_2 : en présence de la seule excitation $v_1(t)$ nous pouvons écrire :

$$\boldsymbol{i}_1 = \boldsymbol{Y}_{11}\boldsymbol{v}_1 \qquad \boldsymbol{i}_{21} = \boldsymbol{Y}_{21}\boldsymbol{v}_1$$

$\boldsymbol{Y}_{11}$, $\boldsymbol{Y}_{21}$ désignant des admittances ; il en est de même en présence de $v_2(t)$ seule (matrices $\boldsymbol{Y}_{12}$, $\boldsymbol{Y}_{22}$) de sorte qu'avec $v_1(t)$ et $v_2(t)$ le principe de superposition nous donne :

$$\left\{\begin{aligned} \boldsymbol{i}_1 &= \boldsymbol{Y}_{11}\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{Y}_{12}\boldsymbol{v}_2 \\ \boldsymbol{i}_2 &= \boldsymbol{Y}_{21}\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{Y}_{22}\boldsymbol{v}_2. \end{aligned}\right. \tag{19}$$

Des exemples importants de quadripôles sont fournis par les lampes (triodes, pentodes) et transistors ; aux fréquences suffisamment basses on sait que ces éléments sont définis par des caractéristiques algébriques, de sorte que les admittances $\boldsymbol{Y}_{jk}$ sont des conductances de type décrit plus haut.

Lignes, facteur de réflexion. — Le calcul des matrices s'applique aussi bien aux lignes de transmission ; on peut raisonner sur les ondes incidente et réfléchie, de matrices respectives $\boldsymbol{a} = \|a_n\|$, $\boldsymbol{b} = \|b_n\|$.

Supposons une ligne fermée sur un dipôle d'admittance $\boldsymbol{Y}$; ce dipôle peut également s'exprimer à l'aide de son facteur de réflexion $\boldsymbol{R}$ défini par $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{a}$. Nous avons, suivant les relations connues du calcul scalaire (valeurs normalisées) :

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \qquad \boldsymbol{i} = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$$

d'où résulte, par un calcul simple, la relation suivante entre $\boldsymbol{R}$ et $\boldsymbol{Y}$:

$$\boldsymbol{R} = (1 + \boldsymbol{Y})^{-1}(1 - \boldsymbol{Y}) \tag{20}$$

(dans ces écritures matricielles 1 désigne la matrice unité).

Le passage de $\boldsymbol{Y}$ à $\boldsymbol{R}$ exige ainsi l'évaluation d'une matrice inverse ; il ne serait effectivement possible que dans des cas très simples, par exemple admittances $\boldsymbol{Y}$ presque diagonales. On peut voir toutefois que dans le cas d'une conductance $\boldsymbol{G}$ (12), le facteur de réflexion a une structure du même type que cette conductance.

EMPLOI D'UN SYSTÈME DE COORDONNÉES (α, φ) EXPRIMANT LA MODULATION

Il peut être commode d'exprimer les intensités $i(t)$ et tensions $v(t)$ à l'aide de « coordonnées » autres que les composantes i_n, v_n.

Cas de 2 pulsations $\pm\,\omega_0$, $+\,\omega$, coordonnées (α, φ). — Admettons tout d'abord que les valeurs utiles de n se réduisent à $n = \pm 1$. Il en est ainsi par exemple lorsque $\omega \ll \omega_0$ et si les propriétés du circuit ne laissent subsister que les 3 pulsations groupées ω_0 (oscillation locale) $\pm\,\omega_0 + \omega$ (*fig.* 2*b*) : il s'agira là de *régimes modulés en amplitude et en phase*, de modulation toujours faible (rappelons que le signal est toujours supposé petit) (*fig.* 4).

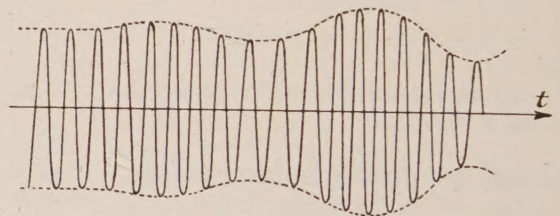


FIG. 4.

Considérons la tension totale, réelle, aux bornes d'un dipôle donné :

$$\mathcal{V}(t) = \mathcal{R}e[V_0\,e^{j\omega_0 t} + v_{-1}\,e^{j(-\omega_0+\omega)t} + v_1\,e^{j(\omega_0+\omega)t}] \tag{21}$$

$$(\mathcal{R}e = \text{partie réelle}) \quad (|v_{-1}|,\ |v_1| \ll |V_0|).$$

Soit Φ_V la phase à $t = 0$ de la tension d'oscillation locale, $\Phi_V = \arg V_0$; on vérifie que (21) s'écrit aussi bien :

$$\mathcal{V}(t) = [|V_0| + \mathcal{R}e\,v_\alpha\,e^{j\omega t}]\cos\left[\omega_0 t + \Phi_V + \mathcal{R}e\frac{v_\varphi}{|V_0|}e^{j\omega t}\right] \tag{22}$$

v_α, v_φ étant des tensions définies par

$$\left\{\begin{aligned} v_\alpha &= e^{j\Phi_V}\,v_{-1} + e^{-j\Phi_V}\,v_1, \\ v_\varphi &= j\,e^{j\Phi_V}\,v_{-1} - j\,e^{-j\Phi_V}\,v_1. \end{aligned}\right. \tag{23}$$

La relation (22) exprime que $\mathcal{V}(t)$ résulte d'une double modulation de l'onde locale $V_0\, e^{j\omega_0 t}$:

1) *une modulation sinusoïdale d'amplitude*, donnée par $\mathcal{R}e\, v_\alpha\, e^{j\omega t}$,

2) *une modulation sinusoïdale de phase*, donnée par $\mathcal{R}e\, \frac{v_\varphi}{|V_0|}\, e^{j\omega t}$,

(et se traduisant par une modulation de fréquence $\mathcal{R}e\, \frac{j\omega v_\varphi}{|V_0|}\, e^{j\omega t}$).

On pourra rencontrer bien entendu les cas particuliers classiques :

$v_\varphi = 0$: onde modulée en amplitude seule ; $v_\alpha = 0$: onde modulée en phase seule. Formons les matrices :

$$\boldsymbol{v}' = \begin{Vmatrix} v_\alpha \\ v_\varphi \end{Vmatrix}, \tag{24}$$

$$\boldsymbol{S}_V = \begin{Vmatrix} e^{j\Phi_V} & e^{-j\Phi_V} \\ j\, e^{j\Phi_V} & -j\, e^{-j\Phi_V} \end{Vmatrix} \quad \text{d'où}$$

$$\boldsymbol{S}_V^{-1} = \frac{1}{2} \begin{Vmatrix} e^{-j\Phi_V} & -j\, e^{-j\Phi_V} \\ e^{j\Phi_V} & j\, e^{j\Phi_V} \end{Vmatrix}. \tag{25}$$

Les relations (23) s'écrivent

$$\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{S}_V\, \boldsymbol{v}. \tag{26}$$

Il peut être commode de décrire la tension $v(t)$, non par les composantes v_{-1}, v_1, mais par les quantités v_α, v_φ que l'on peut considérer comme formant *un autre système de coordonnées pour* $v(t)$.

Le changement de coordonnées associé est défini par la matrice $\boldsymbol{S}_v$; on note que $\boldsymbol{S}_v/\sqrt{2}$ est unitaire car l'on a, quels que soient v_{-1} et v_1 :

$$|v_\alpha|^2 + |v_\varphi|^2 = 2(|v_{-1}|^2 + |v_1|^2). \tag{27}$$

Les considérations sont les mêmes si l'on envisage un courant $\mathfrak{J}(t)$; $i(t)$ peut se décrire par une matrice $\boldsymbol{i}'$ formée à partir de coordonnées i_α, i_φ ; $\boldsymbol{i}' = \boldsymbol{S}_I\, \boldsymbol{i}$.

La matrice $\boldsymbol{S}_I$ fait intervenir Φ_I, phase de l'intensité $I_0\, e^{j\omega t}$ de l'oscillation locale ; elle est donc égale à $\boldsymbol{S}_V$ à condition d'avoir $\Phi_I = \Phi_V$.

Le système de coordonnées v_1, v_{-1}, i_1, i_{-1},... sera brièvement (± 1), celui v_α, v_φ, i_α, i_φ,... sera noté (α, φ).

Admittances. — Reprenons la relation de transfert (8) par admittance entre un courant $i(t)$ et une tension $v(t)$. Cette relation s'écrit dans (α, φ) :

$$\begin{cases} \boldsymbol{i}' = \boldsymbol{Y}'\boldsymbol{v}' \\ \boldsymbol{Y}' = \boldsymbol{S}_I\, \boldsymbol{Y}\, \boldsymbol{S}_V^{-1}. \end{cases}$$

Prenons pour $\boldsymbol{Y}$ la notation générale, compte tenu, suivant (9) de la phase Φ_V :

$$\boldsymbol{Y} = \begin{Vmatrix} Y_{-1-1} & Y_{-11}\, e^{-2j\Phi_V} \\ Y_{1-1}\, e^{2j\Phi_V} & Y_{11} \end{Vmatrix},$$

on obtient :

$$\boldsymbol{Y}' = \frac{1}{2} \begin{Vmatrix} \sigma + \sigma' & j(-\delta + \delta') \\ j(\delta + \delta') & \sigma - \sigma' \end{Vmatrix}, \tag{29}$$

en posant :

$$\begin{cases} \sigma = Y_{1-1}\, e^{j(\Phi_I - \Phi_V)} + Y_{11}\, e^{-j(\Phi_I - \Phi_V)} \\ \sigma' = Y_{-11}\, e^{j(\Phi_I - \Phi_V)} + Y_{1-1}\, e^{-j(\Phi_I - \Phi_V)} \\ \delta = Y_{1-1}\, e^{j(\Phi_I - \Phi_V)} - Y_{11}\, e^{-j(\Phi_I - \Phi_V)} \\ \delta' = Y_{-11}\, e^{j(\Phi_I - \Phi_V)} - Y_{1-1}\, e^{-j(\Phi_I - \Phi_V)}. \end{cases} \tag{30}$$

Deux types particuliers sont à considérer :

1) si $\delta = \delta' = 0$, la matrice $\boldsymbol{Y}'$ est diagonale ; le transfert s'écrit :

$$i_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma + \sigma')\, v_\alpha \qquad i_\varphi = \frac{1}{2}(\sigma - \sigma')\, v_\varphi$$

une modulation d'amplitude conserve son caractère, de même une modulation de phase ; tel est le cas des conductances linéaires ou non linéaires

$$\boldsymbol{Y}' = \boldsymbol{G}' = \begin{Vmatrix} G_0 + G_1 & \cdot \\ \cdot & G_0 - G_1 \end{Vmatrix} \tag{31}$$

des circuits résonant et antirésonant linéaires accordés sur la pulsation locale ω_0 ; soit par exemple l'admittance du circuit antirésonant en notation usuelle (pour $\omega > 0$) :

$$Y(j\omega) = G\left(1 + 2jQ\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right) ;$$

on a

$$Y[j(-\omega_0 + \omega)] = Y^\times\, [j(\omega_0 - \omega)],$$

de là

$$\boldsymbol{Y}' = G(1 + 2j\, Q\, \omega/\omega_0)\, \|1\|, \tag{32}$$

2) si $\sigma = \sigma' = 0$, le transfert s'écrit :

$$i_\alpha = j/2\,(-\delta + \delta')\, v_\varphi \qquad i_\varphi = j/2\,(\delta + \delta')\, v_\alpha,$$

une modulation d'amplitude donne une modulation de phase et inversement.

Application aux éléments doués d'inertie thermique ($\omega \ll \omega_0$). — Les coordonnées (α, φ) permettent d'obtenir commodément les caractéristiques d'éléments intrinsèquement linéaires mais doués d'inertie thermique ; cette inertie confère une non-linéarité différente de celle des dipôles envisagés jusqu'ici.

Prenons le cas d'une résistance (ampoule à filament, thermistor) en régime faiblement modulé du type (21). La pulsation ω_0 est supposée assez élevée pour que la température reste constante pendant la période $2\pi/\omega_0$. L'élément a les propriétés d'une résistance linéaire évoluant suivant la modulation d'amplitude de basse pulsation ω Il en résulte d'une part que les modulations de phase sont les mêmes pour $\mathcal{V}(t)$ et $\mathfrak{J}(t)$, d'où

$$v_\varphi/|V_0| = i_\varphi/|I_0| \qquad v_\varphi = R_0\, i_\varphi, \tag{33}$$

(R_0 valeur de la résistance dans le régime ω_0). On a d'autre part, entre les coordonnées v_α, i_α, une relation de la forme :

$$v_\alpha = R_0\left(1 + \frac{\lambda}{1 + \mu j\omega}\right) i_\alpha, \tag{34}$$

provenant du fait que la résistance suit avec un certain retard la modulation d'amplitude de $\mathfrak{I}(t)$. λ et μ sont des constantes qu'une analyse au premier ordre permettrait de rattacher aux caractéristiques thermiques de l'élément envisagé ; λ et μ ont des valeurs positives, si du moins la résistance se fixe effectivement à une valeur stable pour une intensité $|I_0|$ déterminée.

Les relations (33), (34) expriment les propriétés de la résistance thermiquement inerte : sa matrice impédance (ou admittance) est diagonale dans le système de coordonnées (α, φ) :

$$\boldsymbol{Z}' = \boldsymbol{S}_V \boldsymbol{Z} \boldsymbol{S}_I^{-1} = R_0 \left\| \begin{matrix} 1 + \dfrac{\lambda}{1 + \mu j\omega} & \cdot \\ \cdot & 1 \end{matrix} \right\|, \tag{35}$$

(on comparera avec (31)).

Cas de 3 pulsations ω, $\pm\,\omega_0 + \omega$, coordonnées (0, α, φ). — Nous avons défini les coordonnées (α, φ) dans les régimes à $n = \pm 1$ (modulations sinusoïdales) ; il est également possible de mettre en jeu ces quantités en d'autres circonstances.

Prenons ici le cas où sont à considérer les 3 *pulsations* $\omega, -\omega_0 + \omega, \omega_0 + \omega$, *que nous conviendrons de ranger dans cet ordre.*

Les grandeurs électriques $v(t)$,... pourront être repérées, soit par leurs composantes v_0, v_{-1}, v_1,... soit par v_0, v_α, v_φ,... en conservant pour v_α, v_φ... la définition (23).

Ces deux systèmes de coordonnées seront notés brièvement (0, $\pm$ 1), (0, α, φ) ; les lettres accentuées représentant les matrices dans le deuxième système. Le passage de l'un à l'autre s'effectue à l'aide de matrices de changement de coordonnées qu'on aurait immédiatement à partir de celles $\boldsymbol{S}_V$, $\boldsymbol{S}_I$ (25) du problème à 2 composantes.

Le choix de (0, α, φ) se présente par exemple tout naturellement si l'on considère les propriétés de transfert des *modulateurs et démodulateurs* idéaux : $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{v}$; les premiers reçoivent ω et donnent $\pm\,\omega_0 + \omega$, les derniers se comportent de façon inverse ; on précise immédiatement les cas particuliers classiques dans le système (0, α, φ) d'où l'on peut ensuite repasser au système (0, $\pm$ 1).

Modulateurs d'amplitude et de phase :

$$\left\{ \begin{aligned} \boldsymbol{M}'_\alpha &= \left\| \begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix} \right\| & \boldsymbol{M}_\alpha &= \frac{1}{2} \left\| \begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot \end{matrix} \right\| & &(\text{si } \Phi_V = 0) \\ \boldsymbol{M}'_\varphi &= \left\| \begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot \end{matrix} \right\| & \boldsymbol{M}_\varphi &= \frac{1}{2} \left\| \begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ -j & \cdot & \cdot \\ j & \cdot & \cdot \end{matrix} \right\| & &(\text{id}) \end{aligned} \right. \tag{36}$$

Démodulateurs d'amplitude et de phase :

$$\left\{ \begin{aligned} \boldsymbol{D}'_\alpha &= \left\| \begin{matrix} \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix} \right\| & \boldsymbol{D}_\alpha &= \left\| \begin{matrix} \cdot & 1 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix} \right\| & &(\text{si } \Phi_V = 0) \\ \boldsymbol{D}'_\varphi &= \left\| \begin{matrix} \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix} \right\| & \boldsymbol{D}_\varphi &= \left\| \begin{matrix} \cdot & j & -j \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix} \right\| & &(\text{id}) \end{aligned} \right. \tag{37}$$

Si $\Phi_V \neq 0$ on aurait par exemple

$$\boldsymbol{D}_\alpha = \left\| \begin{matrix} \cdot & e^{j\Phi_V} & e^{-j\Phi_V} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix} \right\|. \tag{38}$$

Ces diverses correspondances permettent d'obtenir sans calculs la matrice $\boldsymbol{G}'$ d'une conductance non linéaire $\boldsymbol{G}$ dans (0, α, φ). Avec l'ordre de rangement actuel (ω, $-\omega_0 + \omega$, $\omega_0 + \omega$) nous avons en effet (avec $\Phi_v = 0$) :

$$\boldsymbol{G} = \left\| \begin{matrix} G_0 & G_1 & G_1 \\ G_1 & G_0 & G_2 \\ G_1 & G_2 & G_0 \end{matrix} \right\| \tag{39}$$

c'est-à-dire

$$\boldsymbol{G} = G_1 (2\boldsymbol{M}_\alpha + \boldsymbol{D}_\alpha) + \left\| \begin{matrix} G_0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & G_0 & G_2 \\ \cdot & G_2 & G_0 \end{matrix} \right\|$$

de là, compte tenu de (31), (36), (37)

$$\boldsymbol{G}' = \left\| \begin{matrix} G_0 & G_1 & \cdot \\ 2G_1 & G_0 + G_2 & \cdot \\ \cdot & \cdot & G_0 - G_2 \end{matrix} \right\|, \tag{40}$$

La matrice $\boldsymbol{Y}'$ d'une admittance linéaire serait :

$$\boldsymbol{Y}' = \frac{1}{2} \left\| \begin{matrix} 2\mathrm{Y}(j\omega) & \cdot & \cdot \\ \cdot & \sigma & -j\delta \\ \cdot & j\delta & \sigma \end{matrix} \right\|, \tag{41}$$

(σ, δ donnés par (30)).

CALCUL DES RÉSEAUX

Régime permanent. — Soit un réseau soumis à une oscillation locale de pulsation ω_0 ; le régime permanent correspondant est supposé connu :

$$I_1(t),\ I_2(t),\ \ldots,\quad V_1(t),\ V_2(t)\ \ldots.$$

En présence d'un faible signal $e(t)$, de pulsation ω ou comportant les diverses pulsations $n\omega_0 + \omega$, les courants et tensions deviennent :

$$I_1(t) + i_1(t),\ \ldots,\qquad V_1(t) + v_1(t),\ \ldots.$$

On se propose de déterminer les accroissements $i_k(t)$,... $v_k(t)$.... Les équations à écrire vont mettre en jeu les matrices colonnes $\boldsymbol{i}_k$, $\boldsymbol{v}_k$; elles exprimeront comme toujours la conservation de l'électricité aux nœuds et les propriétés des divers éléments, dipôles ou quadripôles qui interviendront par leurs admittances $\boldsymbol{Y}_k$ etc.

Ces équations sont les mêmes que s'il s'agissait d'un réseau classique linéaire en régime sinusoïdal ; les calculs seront donc les mêmes, sous réserve qu'il s'agira ici de matrices ; les matrices des éléments non linéaires n'étant pas en général commutables, il importera de ce fait de *conserver l'ordre des facteurs dans les produits ;* tout quotient s'exprimera par le produit par la matrice inverse. En conséquence toute expression obtenue dans le calcul classique scalaire pourra ne pas se transcrire immédiatement ici.

Bien entendu, toute partie de calcul concernant uniquement des éléments linéaires s'effectue comme à l'ordinaire (matrices diagonales commutables) ; il peut être utile d'observer d'autre part que tout quotient A/B du calcul scalaire se traduira par $\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{A}$ et non $\boldsymbol{AB}^{-1}$ (ex : (20)). Rappelons que les matrices carrées dépendent *à priori du régime d'oscillation locale et en particulier de* sa phase Φ dans les éléments considérés ; on pourra souvent supposer $\Phi = 0$.

Il peut être commode de *faire intervenir les variables* (α, φ) ; nous allons examiner le cas le plus favorable à ce sujet, celui des régimes à deux pulsations $\pm\,\omega_0 + \omega$ ($\omega \ll \omega_0$) dans les réseaux constitués exclusivement de conductances, linéaires ou non (ou éléments mettant en jeu des matrices de ce type : lampes aux fréquences assez basses, transformateurs parfaits) et de circuits antirésonants accordés sur ω_0. Il est clair que l'oscillation locale a alors la même phase partout, de sorte que l'on passe aux variables (α, φ) à l'aide d'un changement de coordonnées $\boldsymbol{S}_V = \boldsymbol{S}_I$ fixe (25) ; conformément aux règles du calcul matriciel, les relations obtenues entre les courants et tensions seront aussi bien valables avec les matrices $\boldsymbol{i}'_k$, $\boldsymbol{v}'_k$ du système de variables (α, φ). Or l'étude antérieure montre que le choix de ce système présentera ici un grand avantage car les matrices des éléments du circuit en question y sont toutes diagonales. Le calcul du régime se réduira ainsi à un simple calcul scalaire dans lequel l'ordre des facteurs n'intervient plus ; de plus, *les deux modulation* α, φ *se traitent de manière imdépendante l'une de l'autre.* Prenons l'une d'elles, par exemple α ; on écrira les relations entre les $i_{k\alpha}$, $v_{k\alpha}$ comme s'il s'agissait de courants et tensions en régime linéaire sinusoïdal ; on devra remplacer : chaque conductance (de dipôle ou de lampe) du type (12) par une conductance $G_0 + G_1$ (cf. (31)) ; chaque résistance à inertie thermique par $R_0\left(1 + \dfrac{\lambda}{1 + \mu j\omega}\right)$ (cf. (35)) ; chaque circuit antirésonant par $G\left(1 + 2jQ\,\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)$ (cf. (32)). Les résistances linéaires et transformateurs parfaits restent inchangés. On opèrera de manière analogue pour les $i_{k\varphi}$, $v_{k\varphi}$.

On pourra bien entendu, adopter comme support graphique le schéma du réseau lui-même dans lequel on effectuera les substitutions précédentes ; une résistance à inertie thermique se traduira ainsi par un dipôle résistance en série avec ensemble conductance-capacité en parallèle, le circuit antirésonant par conductance et capacité en parallèle.

Régimes libres, instabilité : Équation en s. — Les équations du circuit définissent des régimes libres lorsqu'on y annule le signal $e(t)$. Elles conduisent alors en particulier à une *condition de compatibilité équation en s* qui fournit les valeurs $s_1, s_2, \ldots$ de $s = j\omega$, en général complexes, des divers régimes possibles. Le régime correspondant à s_1 comprend des courants et tensions de la forme :

$$i(t) = \sum i_n\, e^{(jn\omega_0 + s_1)t} = e^{s_1 t} \sum i_n\, e^{jn\omega_0 t}. \qquad (42)$$

Les racines s_i situées à gauche dans le plan complexe donnent des régimes amortis. Celles de droite donnent des évolutions croissantes qui finissent par sortir du domaine de linéarité et de ce fait aboutissent à une oscillation permanente superposée à l'oscillation locale ; s'il existe des racines s_i à droite, cette dernière apparaît ainsi comme étant instable. Si $|s_i| \ll \omega_0$, l'aspect global est celui d'une oscillation (ω_0) modulée (fig. 3).

De même que dans la théorie des réseaux linéaires, il est facile de prévoir dans les cas simples la forme de l'équation en s. S'il s'agit par exemple d'un dipôle d'admittance $\boldsymbol{Y}$, les régimes libres sont obtenus en écrivant $\boldsymbol{Yv} = 0$, système linéaire homogène dont la condition de comptabilité sera

$$\det \boldsymbol{Y} = 0 \qquad (43)$$

(det = déterminant de la matrice).

Dans le cas d'un amplificateur à réaction, $\boldsymbol{A}$ désignant le gain total en boucle ouverte : $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{Av}$ d'où la condition :

$$\det(\boldsymbol{A} - 1) = 0 \qquad (44)$$

(Le gain total se présentera en fait souvent sous forme d'un produit de gains de quadripôles successifs $\boldsymbol{AB}\ldots$).

En vertu des règles de calcul des déterminants on pourra aussi bien écrire

$$\det(\boldsymbol{A}^{-1} - 1) = 0, \qquad \det[\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} - 1)] = 0, \text{ etc,}$$

$\boldsymbol{P}$ étant une matrice de déterminant non nul ; cette possibilité permettra souvent de remplacer ($\boldsymbol{A}$ — 1) par une matrice plus simple et d'éliminer les matrices inverses figurant éventuellement dans les expressions explicites : le calcul des inverses risques en effet d'être très compliqué.

Envisageons le cas où *le circuit est un oscillateur produisant lui-même l'oscillation locale* (ω_0) sans source extérieure ; suivant la théorie des oscillateurs, il en découle souvent une équation mettant en jeu l'admittance ou le gain au sens généralisé

$$Y_{\omega_0} = 0 \qquad \text{ou} \qquad A_{\omega_0} = 1. \qquad (45)$$

Il pourra être commode d'en tenir compte en remplaçant par exemple les équations (43), (44) par les suivantes :

$$\det(\boldsymbol{Y} - Y_{\omega_0}) = 0 \qquad \det(\boldsymbol{A}^{-1} - A_{\omega_0}^{-1}) = 0, \text{etc} \qquad (46)$$

Prenons un circuit dont tous les éléments ont des matrices diagonales en coordonnées (α, φ) ; soit par exemple la seconde équation en s (46), c'est-à-dire

$$(A_\alpha^{-1} - A_{\omega_0}^{-1})\,(A_\varphi^{-1} - A_{\omega_0}^{-1}) = 0, \qquad (48)$$

A_α et A_φ désignant les deux éléments diagonaux de $\boldsymbol{A}$; de là les deux possibilités suivantes :

1) $$A_\alpha^{-1} - A_{\omega_0}^{-1} = 0$$

dont les solutions sont des régimes libres modulés uniquement en amplitude ;

2) $$A_\varphi^{-1} - A_{\omega_0}^{-1} = 0$$

dont les solutions sont des régimes libres modulés uniquement en phase.

Rappel du critère de Routh-Hurwitz. — En vertu de son obtention, l'équation en s est algébrique à coefficients réels. Ses racines s_i sont toutes à gauche dans le plan complexe, en d'autre termes le régime local (ω_0) est stable, si les conditions de Routh-Hurwitz sont satisfaites. Pour une équation du 3e degré :

$$as^3 + bs^2 + cs + d = 0$$

ces conditions sont les suivantes :

$$a,\ b,\ bc - ad,\ d \qquad (47)$$

ont le même signe.

EXEMPLES D'APPLICATIONS

Nous donnerons quelques exemples montrant bien le parallélisme existant entre le calcul matriciel et le calcul scalaire des réseaux linéaires. Il faudra s'attendre à aboutir, le cas échéant, à des équations très complexes ; le calcul matriciel ne peut en effet apporter aucune simplification aux équations ultimes d'un problème ; son seul intérêt est d'en faciliter notablement l'obtention et éventuellement la présentation.

Contre-réaction, contrôle de gain et de fréquence. — Controle de gain. — Prenons le schéma de la figure 5 mettant en jeu 3 quadripôles dont les matrices de transfert de tension sont $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{F}$. Il s'agit là d'un ensemble de gain $\boldsymbol{DA}$, subissant une réaction de la part du circuit $\boldsymbol{F}$ branché en parallèle sur la sortie et en série sur l'entrée ; on a :

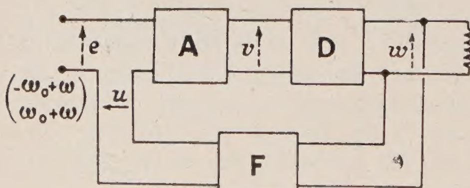


Fig. 5.

$$\begin{cases} \boldsymbol{w} = \boldsymbol{DA}(\boldsymbol{e} + \boldsymbol{u}) \\ \boldsymbol{u} = \boldsymbol{Fw} \end{cases}$$

et par suite :

$$\boldsymbol{w} = (1 - \boldsymbol{DAF})^{-1}\,\boldsymbol{DAe} \qquad (49)$$

ce qui définit le gain total du système.

Ce type de schéma est par exemple celui des circuits de contrôle de gain chez les récepteurs ; les trois quadripôles étant : $\boldsymbol{A}$ amplificateur sélectif auquel la lampe d'entrée à pente variable donne un caractère non linéaire, $\boldsymbol{D}$ détecteur, $\boldsymbol{F}$ filtre linéaire. Trois pulsations sont mises en jeu : ω, $\pm\,\omega_0 + \omega$ à partir du signal d'entrée $\pm\,\omega_0 + \omega$ ($\omega \ll \omega_0$).

Les matrices ont les structures suivantes :

$$\boldsymbol{D} = \begin{Vmatrix} . & a & b \\ . & . & . \\ . & . & . \end{Vmatrix} \qquad \boldsymbol{A} = \begin{Vmatrix} . & . & . \\ c & d & . \\ f & . & g \end{Vmatrix} \qquad \boldsymbol{F} = \begin{Vmatrix} h & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \end{Vmatrix}$$

$\boldsymbol{A}$ se détermine en observant que la sortie $\boldsymbol{v}$ est formée de deux parties : réponse linéaire à $\boldsymbol{e}$, réponse à $\boldsymbol{u}$; ces deux parties donnent respectivement les deux éléments diagonaux d, g et les deux éléments c, f de la première colonne.

Le calcul de l'expression (49) n'a bien entendu pas d'intérêt dans les cas simples que l'on traite directement, par exemple celui où l'on a $\boldsymbol{D}$ détecteur d'amplitude parfait et $\boldsymbol{A}$ accordé sur ω_0 ; du point de vue du calcul des matrices, on aurait alors $a = b$, $c = f$, $d = g$ et le passage aux variables (0, α, φ) conduirait à des simplifications immédiates.

La relation (49) permet d'autre part d'obtenir l'équation des régions libres

$$(\boldsymbol{e} = 0, \qquad \boldsymbol{w} \neq 0)$$

(modulations parasites éventuelles) :

$$\det(1 - \boldsymbol{DAF}) = 0.$$

Ces diverses considérations ne supposent pas que les gains soient indépendants des charges branchées aux sorties ; une dépendance pourrait être exprimée par exemple à partir du théorème de Thévenin étendu aux matrices.

Circuit de Pound. — On sait que la contre-réaction conduit également à des circuits de contrôle de fréquence. Il peut arriver que le mécanisme mis en œuvre sorte du domaine de la linéarisation mais puisse toutefois s'y rattacher facilement ; nous le montrerons brièvement dans le montage de Pound utilisé pour la régulation de fréquence des klystrons [5]. Il suffit d'en considérer ici la

partie UHF (*fig.* 6) que nous traiterons par les matrices. Le signal (ω) appartient aux hyperfréquences ; rappelons qu'il se réfléchit sur une cavité résonante C, puis sur un cristal « modulateur » K soumis à une oscillation locale ($\omega_0 \ll \omega$)

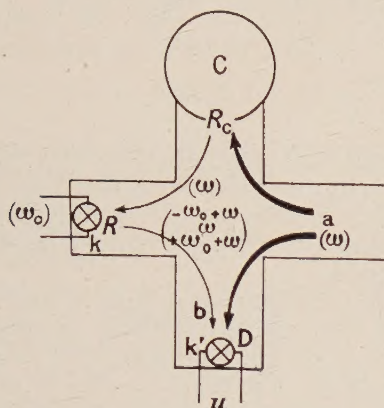


FIG. 6.

et subit enfin une détection d'amplitude par un cristal détecteur K'. Nous allons évaluer la tension détectée $u(t)$ en fonction de l'onde incidente mesurée par $a(t) = a_0 e^{j\omega}$ dans une section donnée du guide d'entrée, section choisie de manière à avoir a_0 réel.

En vertu des ordres de grandeur, un certain nombre de pulsations $n\omega_0 + \omega$ sont susceptibles de se propager ; elles interviendraient additivement de sorte qu'il suffit de ne retenir que les 3 pulsations ω, $\pm \omega_0 + \omega$ en raison de la sélectivité des circuits H. F. du montage total.

En notations de matrices, la valeur $\boldsymbol{b}$ du signal à son arrivée en K' peut s'écrire :

$$\boldsymbol{b} = c\, e^{j\psi} \boldsymbol{R}\boldsymbol{R}_c\, \boldsymbol{a}. \qquad (50)$$

c est un facteur numérique provenant des partages de l'onde à chaque passage au centre du T, le déphasage ψ est introduit par la propagation ; il se manifeste par un simple facteur scalaire car il est sensiblement le même pour les 3 pulsations utiles.

$\boldsymbol{R}_c$ est le facteur de réflexion de C (linéaire) ; il se réduit ici à un simple scalaire $R_c(j\omega)$ puisque $\boldsymbol{a}$ ne comporte qu'un seul terme. $\boldsymbol{R}$ est le facteur de réflexion du cristal K non linéaire ; supposons K conductance pure, $\Phi = 0$; la matrice $\boldsymbol{R}$ a la même structure que sa conductance $\boldsymbol{G}$ (39) : R_0, R_1, R_2 (réels) désignant ses éléments, nous aurons ainsi :

$$\begin{Vmatrix} b_0 \\ b_{-1} \\ b_1 \end{Vmatrix} = c\, e^{j\psi} R_c(j\omega) \times \begin{cases} R_0\, a_0 \\ R_1\, a_0 \\ R_1\, a_0 \end{cases} \qquad (51)$$

(ordre ω, $-\omega_0 + \omega$, $\omega_0 + \omega$).

L'onde $\boldsymbol{b}$ est démodulée par le cristal K'. L'oscillation « locale » est ici formée par la partie de l'onde incidente arrivant directement en K', soit

$$\frac{a}{\sqrt{2}} e^{j\psi'}$$

(ψ' déphasage dû au chemin correspondant) ; sa pulsation est, non plus ω_0, mais ω, de sorte que la formule matricielle doit faire intervenir $\boldsymbol{b}$ par ses composantes de pulsation $-\omega + \omega_0$, $\omega + \omega_0$ c'est-à-dire $b^{\times}_{-1}$, b_1.

Nous aurons ainsi, compte tenu de la phase ψ' de l'onde locale (ω) (cf. (38)), et à un coefficient près caractéristique du cristal,

$$\boldsymbol{u} = \begin{Vmatrix} \cdot & e^{j\psi'} & e^{-j\psi'} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} b^{\times}_{-1} \\ b_{-1} \end{Vmatrix}$$

$$\boldsymbol{u} = 2c\, R_1\, a_0\, \mathcal{R}e[R_c(j\omega)\, e^{j(\psi - \psi')}]$$

formule connue du mécanisme de régulation.

La présence du symbole $\mathcal{R}e$ (partie réelle) témoigne de la non-linéarité due aux deux oscillations « locales » successives ω_0, ω du circuit.

Instabilité d'oscillateurs. — Nous allons examiner la possibilité d'apparition de régime spontané parasite dans deux oscillateurs classiques très différents. C'est l'oscillation donnée par le circuit lui-même qui jouera le rôle d'oscillation locale (ω_0).

OSCILLATEUR A STABILISATION THERMIQUE D'AMPLITUDE. — Prenons le montage de la figure 7 ; le circuit de réaction comporte deux résistances $\boldsymbol{R}$ à inertie thermique, dont le rôle est de stabiliser l'amplitude des oscillations (ω_0) vis-à-vis de diverses fluctuations. Ces deux résistances sont les seuls éléments non linéaires ; elles sont représentées par des matrices identiques, la phase Φ de l'oscillation (ω_0) s'y trouvant la même, ainsi qu'on le vérifie aisément.

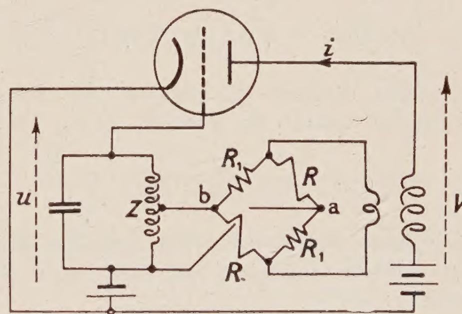


FIG. 7.

En vertu de la structure du circuit, les régimes libres possibles ne peuvent être qu'à deux pulsations : ($|s| \ll \omega_0$) ; d'autre part les seuls éléments sont la lampe, des résistances, un circuit résonnant accordé sur ω_0 et 2 transformateurs que

nous supposerons parfaits ; conformément à une observation antérieure, le calcul des régimes spontanés fera donc appel au calcul scalaire ordinaire dont il nous suffira de rappeler les grandes lignes.

Avec les notations de la figure (G = pente du tube dont nous supposons la conductance interne négligeable) :

$$i = Gu.$$

La charge alimentée par le transformateur de droite (N, rapport de transformation) est sensiblement $(R + R_1)/2$ d'où l'on tire v, et de là le gain de la lampe :

$$A_L = v/u = -N^2 G (R + R_1)/2. \qquad (52)$$

Passons au circuit de réaction : le circuit oscillant peut être considéré comme disposé aux bornes d'un générateur de force électromotrice e et impédance interne R_i, calculable par le théorème de Thévenin

$$e = -\frac{R_1 - R}{N(R + R_1)} v \qquad R_i = \frac{2RR_1}{R + R_1}.$$

De là la tension entre a et b, u, et le gain du quadripôle de réaction :

$$A_r = \frac{u}{v} = -\frac{N'}{N} \frac{R_1 - R}{2RR_1 Y + R + R_1} \qquad (53)$$

(Y admittance du circuit oscillant entre a et b ; N' rapport de transformation).

Le gain total A en boucle ouverte est donc donné par

$$A^{-1} = (A_L A_r)^{-1} = \frac{2}{NN' G(R_1 - R)} \left(\frac{2RR_1 Y}{R + R_1} + 1\right).$$

Appliquons d'abord au régime « local » ω_0, en négligeant les pertes du circuit $Y(Y_{\omega_0} = 0)$;

$$A_{\omega_0}^{-1} - 1 = \frac{2}{NN'(R_1 - R_0)} - 1 = 0.$$

Recherchons maintenant les régimes en s, suivant la relation (48), en écrivant pour chaque composante : $A^{-1} - A_{\omega_0}^{-1} = 0$:

$$\frac{2RR_1 Y}{R + R_1} + \frac{NN' G}{2}(R - R_0) = 0. \qquad (55)$$

Prenons d'abord la modulation d'amplitude ; conformément à la règle générale, nous devrons remplacer certains des éléments par les expressions suivantes (éléments de matrice en coordonnées α, φ)

$$\begin{cases} R \to R_0(1 + x). \\ x = \lambda/(1 + \mu s). \end{cases} \qquad \text{cf. (34)}$$

$$Y \to ks/\omega_0. \qquad \text{cf. (31)}$$

La relation (55) donne ainsi

$$k\frac{s}{\omega_0} \frac{2R_0 R_1 (1 + x)}{R_1 + R_0(1 + x)} + \frac{NN' G}{2} R_0 x = 0,$$

c'est-à-dire en développant, l'équation en s du 3ᵉ degré :

$$\frac{2KR_1}{\omega_0}\mu^2 s^3 + \frac{2K\mu R_1}{\omega_0}(2 + \lambda) s^2 + \left[\frac{2KR_1(1 + \lambda)}{\omega_0} + \frac{NN' G}{2}\lambda(R_0 + R_1)\mu\right] s + \frac{NN' G}{2}\lambda(R + R_1 + R_1\lambda) = 0. \qquad (56)$$

On vérifierait sans difficulté que cette équation satisfait aux conditions de Routh-Hurwitz : l'oscillateur ne présente donc pas de modulation spontanée d'amplitude, du moins moyennant les approximations adoptées.

On opère de façon analogue pour la modulation de phase ; R doit maintenant être remplacé par R_0 (cf. (35)) de sorte que l'équation (56) s'applique encore à condition d'y faire $\lambda = 0$; il apparaît de ce fait une racine $s = 0$ dont l'interprétation est du reste évidente (possibilité d'un déphasage constant appliqué à l'oscillation locale) ; il n'existe pas de modulation spontanée de phase $|s| \neq 0$.

Oscillateur en classe C. — Prenons un circuit classique à lampe oscillatrice dans lequel la

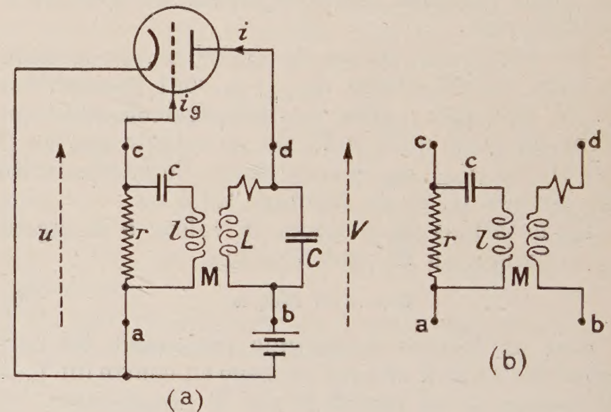


Fig. 8.

lampe constitue le seul élément non linéaire (*fig.* 8). Nous établirons tout d'abord les équations des régions libres dans le cas général sans spécifier la structure du quadripôle linéaire abcd. Ce dernier sera défini par ses équations d'impédances :

$$\begin{cases} \boldsymbol{u} = \boldsymbol{Z}_{11} \boldsymbol{i}_g + \boldsymbol{Z}_{12} \boldsymbol{i} \\ \boldsymbol{v} = \boldsymbol{Z}_{12} \boldsymbol{i}_g + \boldsymbol{Z}_{22} \boldsymbol{i}. \end{cases} \qquad (57)$$

Le quadripôle lampe sera défini par ses équations d'admittances :

$$\begin{cases} \boldsymbol{i}_g = \boldsymbol{gu} + \boldsymbol{hv} \\ \boldsymbol{i} = \boldsymbol{Gu} + \boldsymbol{Hv}. \end{cases} \qquad (58)$$

Le report des expressions (58) dans le système

(57) conduit, après élimination de $\boldsymbol{v}$, à l'équation :

$$\boldsymbol{P}\boldsymbol{u} = 0$$

$$\boldsymbol{P} = (\boldsymbol{Z}_{11}\,\boldsymbol{h} + \boldsymbol{Z}_{12}\,\boldsymbol{H})\,(1 - \boldsymbol{Z}_{12}\,\boldsymbol{h} - \boldsymbol{Z}_{22}\,\boldsymbol{H})^{-1}$$
$$(\boldsymbol{Z}_{12}\,\boldsymbol{g} + \boldsymbol{Z}_{22}\,\boldsymbol{G}) + \boldsymbol{Z}_{11}\,\boldsymbol{g} + \boldsymbol{Z}_{12}\,\boldsymbol{G} - 1, \quad (59)$$

de là l'équation des régimes spontanés :

$$\det \boldsymbol{P} = 0 \quad (60)$$

Examinons le domaine de fréquences mis en jeu. Le quadripôle passif présente un circuit oscillant de pulsation propre ω_1. La pulsation ω_0 de l'oscillation locale reste toujours très voisine de ω_1 et il est clair que tout régime spontané devra avoir au moins une de ses composantes $n\omega_0 + \omega$ dans le domaine de résonance, d'où ω, $|s| \ll \omega_0$.

Les pulsations utiles se réduiront *a priori* à ω, $\pm\,\omega_0 + \omega$ car la structure du réseau passif arrête pratiquement les autres. L'étude des régimes exige donc des matrices de degré trois (rangement ω, $-\,\omega_0 + \omega$, $\omega_0 + \omega$).

Il n'est bien entendu pas question de traiter l'équation (60) dans toute sa généralité ; nous admettrons ici les hypothèses suivantes :

1) H, h = 0, ce qui serait tout particulièrement le cas d'une *lampe pentode.*

2) La lampe travaille en classe C, de telle sorte que *le courant grille $\mathfrak{I}_g\,(t)$ soit proportionnel au courant plaque $\mathfrak{I}(t)$* ; cette hypothèse se justifie par l'allure des caractéristiques $\mathfrak{I}_g\,(\mathfrak{U}$, $\mathfrak{I}(\mathfrak{U})$ en classe C (*fig.* 3), la petitesse relative du courant $\mathfrak{I}_g$ permettant des approximations assez larges sur sa loi de variation.

Les conséquences vont être les suivantes :

d'une part (60) se réduit à l'équation

$$\det\,(\boldsymbol{Z}_{11}\,\boldsymbol{g} + \boldsymbol{Z}_{12}\,\boldsymbol{G} - 1) = 0 \quad (61)$$

d'autre part, les matrices $\boldsymbol{g}$, $\boldsymbol{G}$ sont proportionnelles

$$\boldsymbol{G} = G_0 \begin{Vmatrix} 1 & \gamma_1 & \gamma_1 \\ \gamma_1 & 1 & \gamma_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & 1 \end{Vmatrix} \quad \boldsymbol{g} = g_0 \begin{Vmatrix} 1 & \gamma & \gamma_1 \\ \gamma_1 & 1 & \gamma_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & 1 \end{Vmatrix}, \quad (62)$$

elles sont de plus respectivement proportionnelles aux admittances du régime ω_0

$$G_0/G_{\omega_0} = g_0/g_{\omega_0} = k. \quad (63)$$

Envisageons tout d'abord *l'équation du régime local* (ω_0) : l'examen de (61) montre que cette équation s'écrit nécessairement :

$$Z_{11}\,(j\omega_0)\,g_{\omega_0} + Z_{12}\,(j\omega_0)\;G_{\omega_0} - 1 = 0. \quad (64)$$

Nous définirons la matrice diagonale

$$\boldsymbol{\zeta} = g_{\omega_0}\,\boldsymbol{Z}_{11} + G_{\omega_0}\,\boldsymbol{Z}_{12}. \quad (65)$$

Dans le domaine de ω_0, ω_1, la structure résonante des circuits permet d'écrire *a priori* sensiblement :

$$\zeta(j\omega_0 + s) = \frac{\alpha + \beta(j\omega_0 + s)}{1 + 2Q\dfrac{s}{\omega_1}} = \frac{\alpha' + \beta'\,(j\omega_0 + s)}{1 + 2Q\dfrac{s}{\omega_0}}$$

avec α, β, α, β' coefficients réels, petits,

Q = qualité de circuit oscillant, susceptible d'être précisée. Or (64) entraîne $\alpha' = 1$, $\beta' = 0$; la fonction $\zeta(j\omega_0 + s)$ apparaît ainsi comme étant proportionnelle à l'impédance d'un circuit antirésonant accordé sur ω_0 ;

$$\zeta(j\omega_0 + s) = \frac{1}{1 + 2Q\dfrac{s}{\omega_0}}. \quad (66)$$

Nous allons en voir l'intérêt dans l'étude de l'équation (61) que nous abordons maintenant. $\boldsymbol{\zeta}$ permet d'écrire :

$$\boldsymbol{Z}_{11}\,\boldsymbol{g} + \boldsymbol{Z}_{12}\,\boldsymbol{G} - 1 = \frac{k}{G_0}\boldsymbol{\zeta}\boldsymbol{G} - 1. \quad (67)$$

Nous pouvons évaluer $\boldsymbol{\zeta}$, $\boldsymbol{G}$ dans le système de variables $(0, \alpha, \varphi)$: $\boldsymbol{\zeta}'$, $\boldsymbol{G}'$, et remplacer ainsi l'équation (61) par la suivante :

$$\det\left(\frac{k}{G_0}\,\boldsymbol{\zeta}'\,\boldsymbol{G}' - 1\right) = 0. \quad (68)$$

En vertu de (32), (40) :

$$\zeta' = \begin{Vmatrix} \zeta(s) & . & . \\ . & \dfrac{1}{1 + 2Q\dfrac{s}{\omega_0}} & . \\ . & . & \dfrac{1}{1 + 2Q\dfrac{s}{\omega_0}} \end{Vmatrix},$$

$$\boldsymbol{G}' = G_0 \begin{Vmatrix} 1 & \gamma_1 & . \\ 2\gamma_1 & 1 + \gamma_2 & . \\ . & . & 1 - \gamma_2 \end{Vmatrix},$$

(on peut toujours admettre $\Phi_v = 0$) ; (68) s'écrit ainsi :

$$\det \begin{Vmatrix} A_{00} & A_{0\alpha} & . \\ A_{\alpha 0} & A_{\alpha\alpha} & . \\ . & . & A_{\varphi\varphi} \end{Vmatrix} = 0, \quad (69)$$

$$(A_{00}\,A_{\alpha\alpha} - A_{\alpha 0}\,A_{0\alpha})\,A_{\varphi\varphi} = 0,$$

c'est-à-dire en explicitant et omettant le facteur $A_{\varphi\varphi}$ (qui n'offrirait pas d'intérêt) :

$$[k\zeta(s) - 1]\left[k\,\frac{\sigma(1 + \gamma_2)}{2} - 1\right] - k^2\,\sigma\gamma_1^2\,\zeta(s) = 0,$$

$$\left[\frac{k(1 + \gamma^2 - 2\gamma_1^2)}{1 + 2Q\dfrac{s}{\omega_0}} - 1\right][g_0\,Z_{11}\,(s) + G_0\,Z_{12}\,(s)] \quad (70)$$
$$- \frac{k(1 + \gamma_2)}{1 + 2Q\dfrac{s}{\omega_0}} + 1 = 0.$$

Telle est l'équation en s des régimes libres ; on voit que son application n'exige plus que la connaissance des impédances en basse fréquence $Z_{11}(s)$, $Z_{12}(s)$ du réseau passif ; ces impédances peuvent s'évaluer sur un schéma simplifié (circuit résonnant réduit à son inductance L, suppression de la capacité du circuit oscillant et des capacités parasites).

Appliquons au cas particulier envisagé figure 8 ; on trouve aisément (*fig.* 8*b*).

$$\begin{cases} Z_{11}(s) = \dfrac{lcs^2 + 1}{\dfrac{lc}{r}s^2 + cs + \dfrac{1}{r}}, \\ Z_{12}(s) = \dfrac{Mcs^2}{\dfrac{lc}{r}s^2 + cs + \dfrac{1}{r}}, \end{cases} \tag{71}$$

en notant $-M$ le coefficient d'induction mutuelle entre les deux enroulements ; la condition d'oscillation (ω_0) exige $M > 0$.

Le report des expressions (71) dans l'équation générale (70) nous conduit à une équation en s du 3e degré, de coefficients :

$$a = \frac{2Q}{\omega_0}\left(g_0 + \frac{1}{r} - G_0\frac{M}{l}\right)$$

$$\begin{cases} b = [1 - k(1 + \gamma_2 - 2\gamma_1^2)]\left(g_0 - G_0\dfrac{M}{l}\right) \\ \qquad - \dfrac{k(1+\gamma_2) - 1}{r} + \dfrac{2Q}{\omega_0 l} \\ c = \dfrac{1}{l}\left[1 - k(1 + \gamma_2) + \dfrac{2Q}{\omega_0 c}\left(g_0 + \dfrac{1}{r}\right)\right] \\ d = \dfrac{1}{lc}\left\{[1 - k(1 + \gamma_2 - 2\gamma_1^2)]\,g_0 \right. \\ \qquad \left. - [k(1+\gamma_2) - 1]\dfrac{1}{r}\right\}. \end{cases}$$

Ces expressions se simplifient en raison des ordres de grandeur ; si l'on admet par exemple des caractéristiques $\mathfrak{J}_g$, $\mathfrak{J}$ d'allure exponentielle cf. (14) on peut calculer γ_1 et γ_2 (15), K (16) et l'on trouve

$$k(1 + \gamma_2 - 2\gamma_1^2) \# 0$$

et par suite, si l'on pose

$$k' = k(1 + \gamma_2) - 1$$

(ordre de grandeur : quelques unités).

$$\begin{cases} a = \dfrac{2Q}{\omega_0}\left(g_0 + \dfrac{1}{r} - G_0\dfrac{M}{l}\right) \\ b = g_0 - \dfrac{K'}{r} - G_0\dfrac{M}{l} + \dfrac{2Q}{\omega_0 l} \\ c = \dfrac{1}{l}\left[\dfrac{2Q}{\omega_0 c}\left(g_0 + \dfrac{1}{r}\right) - K'\right] \\ d = \dfrac{1}{lc}\left[g_0 - \dfrac{K'}{r}\right]. \end{cases} \tag{72}$$

Voyons les conditions de stabilité (47) *de l'oscillation* ω_0 ; l'examen des ordres de grandeur montrerait que le signe commun mis en cause doit être le signe $+$. Les conditions $a, b, d > 0$ imposent des limites extrêmes à r ; la condition $bc - ad > 0$ exige en particulier $c > 0$ et impose de ce fait une limitation à la constante de temps du circuit de polarisation automatique de grille ; c'est là une condition classique chez ce type d'oscillateurs.

On détermine aisément la pulsation $\omega = \omega'$ pour un réglage donnant la limite d'instabilité ; il suffit d'écrire que l'équation en s a les solutions $\pm j\omega'$:

$$\omega'^2 = c/a = d/b.$$

La structure de l'équation de base (69) permet d'autre part de prévoir qu'il s'agira d'une modulation parasite d'amplitude.

Manuscrit reçu le 14 mars 1960.

RÉFÉRENCES

[1] PETERSON (L.), *Proc. Inst. Radio Engrs*, 1945, **33**, 458.

[2] TORREY (H.), WHITMER (C.), Crystal Rectifiers, 1948, p. 114.

[3] ROWE (H.), *Proc. Inst. Radio Engrs.*, 1958, **46**, 850.

[4] MANLEY (J.), ROWE (H.), *Proc. Inst. Radio Engrs*, 1956, **44**, 904.

[5] MONTGOMERY (C.), Techniques of Microwave Measurements (M. I. T.), **11**, 70.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU Nº 11.
TOME 21, NOVEMBRE 1960, PAGE 149 A.

DE L'UTILISATION DES FOURS A HAUTE PRESSION DANS LA PRÉPARATION DES COMPOSÉS INTERMÉTALLIQUES SEMI-CONDUCTEURS (1)

Par Léo GIRAUDIER,
Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure.

Résumé. — Le présent article décrit les principales caractéristiques, améliorations et modes d'utilisation d'un four à haute pression avec lequel nous avons préparé, dans de bonnes conditions de reproductibilité et de pureté, les composés du magnésium avec les éléments de la colonne IV de la classification périodique.

Abstract. — The present article describes the main features, improvements and directions for use of a high-pressure furnace in which we have prepared, with fair reproducibility and purity, compounds of magnesium with elements of the group IV of the periodic table.

I. **Introduction.** — Les composés du magnésium avec quelques-uns des éléments du groupe IV-B de la classification périodique, ont été préparés dans différents laboratoires [1], [2], [3] par confusion des éléments sous quelques atmosphères d'argon, ou par la méthode de Kyropoulos.

L'étude de ces composés a été entreprise en 1957 au Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure, Service de M. le Pr Aigrain.

La préparation doit se faire dans des conditions très rigoureuses de pureté et de proportions. Ceci soulève des difficultés importantes lorsque les éléments doivent être chauffés au-dessus de la température d'ébullition de l'un d'eux à pression normale ; le problème est particulièrement sérieux dans le cas du magnésium en raison de son extrême activité chimique.

Dans le but de préparer les composés en réduisant au minimum les pertes d'un élément par évaporation, le Laboratoire de Physique s'était équipé d'un four sous pression.

II. **Le four à haute pression et ses accessoires** (*fig.* 1). — Des modifications préalables et des

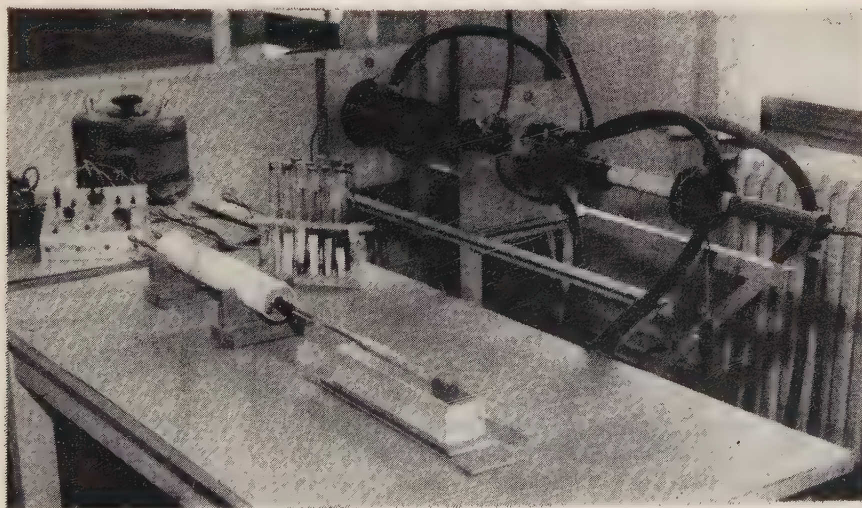


Fig. 1. — Vue du four.

améliorations successives ont été nécessaires pour rendre l'appareil apte à satisfaire aux conditions physiques et chimiques de la confusion du magnésium et des autres constituants : étain, plomb, germanium, silicium. Les points essentiels de l'appareil sous sa forme actuelle sont les suivants :

L'enceinte haute pression. — Elle est constituée par une enveloppe hermétique supportant à froid la pression de 150 kg/cm² ; cette enceinte se

(1) Travail commencé au Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure en 1957 et poursuivi au Laboratoire Central des Industries Électriques a Fontenay-aux-Roses, depuis septembre 1958.

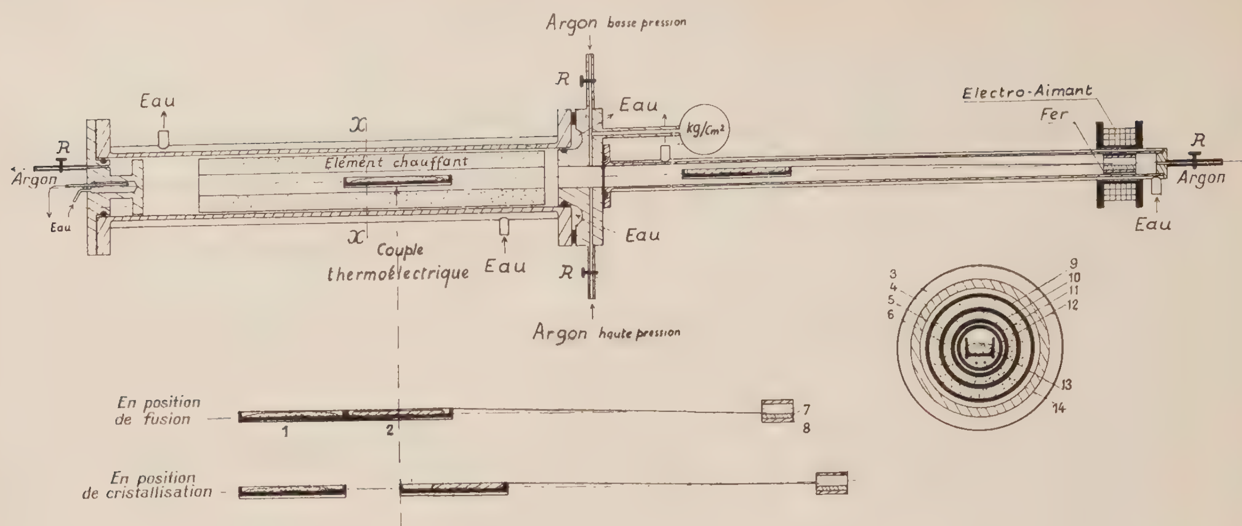


Fig. 2. — Coupe longitudinale du four et section transversale x x. 1. Nacelle de purification. — 2. Nacelle de l'échantillon. — 3. Eau. — 4. Enceinte acier inoxydable. — 5. Ciment. — 6. Enroulement. — 7. Surcharge non magnétique. — 8. Tubes de fer. — 9. Tube extérieur. — 10. Tube intermédiaire. — 11. Tube bobiné. — 12. Tube libre. — 13. Nacelle. — 14. Couple thermoélectrique.

compose de deux parties : 1° Un cylindre d'acier inoxydable (diamètre intérieur 65 mm, longueur 500 mm) destiné à recevoir l'élément chauffant est fermé à l'arrière par un flasque jouant le rôle de plaque à bornes, et à l'avant par un autre flasque percé en son centre d'un trou de 22 mm de diamètre. 2° Un cylindre de cuivre d'un diamètre intérieur de 22 mm prolonge le flasque avant.

Un système de circulation d'eau refroidit les deux cylindres, les deux flasques et les bornes d'amenée de courant.

L'élément chauffant. — Le four est équipé d'un jeu d'éléments chauffants à résistance, de dimensions identiques mais de caractéristiques différentes ; chacun d'eux a été étudié de manière à fonctionner dans des conditions physico-chimiques déterminées par les corps en fusion, et, d'autre part, à ne pas soumettre l'enceinte à des contraintes dangereuses résultant de l'échauffement.

Chaque nouvel élément, calculé par extrapolation à partir d'éléments existants de caractéristiques connues, est soumis, avant sa mise en service, à des essais en vue de vérifier ses caractéristiques.

La plupart de ces éléments sont constitués par du fil en alliage Kanthal A_1 [2] enroulé sur tube de sillimanite [3] (Alumine combinée avec une faible proportion de silice). Le Kanthal se recouvre, lors d'un chauffage préalable, d'une couche d'alumine protectrice, et peut être maintenu sans altération à 1 350 °C. La sillimanite est moins sensible aux chocs thermiques que l'alumine frittée et son prix de revient est considérablement moins élevé.

Deux tubes extérieurs liés par un ciment de même composition et un tube intérieur libre complètent l'élément.

Un enroulement en molybdène a permis d'atteindre une température de 1 500 °C.

L'atmosphère du four. — L'argon constituant l'atmosphère inerte du four peut être introduit par deux robinets placés sur le flasque avant et évacué par deux robinets situés, l'un sur le flasque arrière, l'autre à l'extrémité du tube cuivre. L'atmosphère résiduelle du four peut être ainsi purgée, à la fois par variation de pression et par courant d'argon [4].

Après la purge, l'argon restant dans le four est purifié par contact avec de la poudre de magnésium chauffée dans une nacelle à l'extrémité arrière du four. Pendant la purification, environ 3 grammes de magnésium se combinent aux impuretés.

Gradients de température. — A l'intérieur de son enceinte étanche sous pression, la partie utile du four se présente sous la forme d'un cylindre de 22 mm de diamètre, comportant, sur sa longueur, une zone froide de 600 mm à l'avant, dans le tube de prolongement et une zone chaude de 400 mm dans l'élément chauffant. Cette dernière partie se divise en une zone très chaude vers l'avant, et une zone moins chaude située du côté des bornes, c'est-à-dire à l'opposé de la partie froide (*fig.* 3).

(2) Fourni par la Société Fredmann.
(3) Fourni par les Établissements L. Desmarquest et Cie.

(4) Pour des raisons de sécurité, l'argon T de pureté 99,995 % a été choisi de préférence à l'hydrogène.

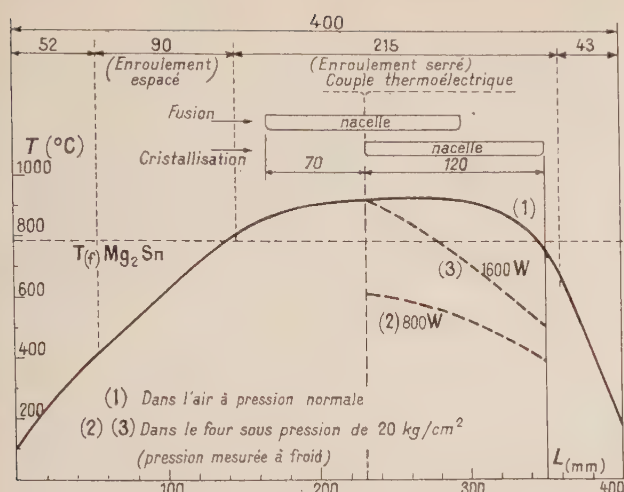


Fig. 3. — Profil des températures dans l'élément chauffant.

Les joints. — Des joints en néoprène et en téflon séparent trois milieux : l'atmosphère sous pression dans la partie froide du four, l'eau de refroidissement et le milieu extérieur. Un point très important est d'éviter que la pression qui règne à l'intérieur du four ne puisse expulser l'eau ; d'autre part, une bonne étanchéité assurant la stabilité thermique est nécessaire pour obtenir des résultats reproductibles.

Les nacelles. — Les propriétés réductrices du magnésium ont conduit à choisir le graphite pour fabriquer les nacelles en contact direct avec les alliages en fusion.

Mesures de températures. — La température de la nacelle est mesurée au moyen d'un couple platine-platine rhodié placé en dessous et protégé par gaines et ciment. Les fils traversent directement les bornes, et l'étanchéité est assurée par un point de brasure. Un couple auxiliaire chromel-alumel est placé près des joints téflon des bornes dont il contrôle la température.

III. **Préparation des échantillons.**

Enfournement. — La nacelle contenant les composants est amenée par commande magnétique dans la partie chaude du four après purification de l'atmosphère.

Régimes de refroidissement. — La température est maintenue à environ 100° au-dessus du point de fusion, pendant 10 à 20 minutes, avant de procéder au refroidissement.

Après arrêt du chauffage, un refroidissement brusque du genre « trempe » s'obtient, soit par le transfert de la nacelle dans la zone froide, soit par l'élévation de la pression. Le premier procédé a l'avantage de ne pas contaminer l'atmosphère du four ; le second de ne pas secouer la nacelle.

Le refroidissement lent est obtenu en diminuant progressivement le courant de chauffage par l'avance mécanique d'un rhéostat. En plaçant la nacelle dans un gradient de température, on favorise la production de monocristaux tout en éliminant les impuretés.

Les manipulations ont été conduites de manière à conserver le plus possible de paramètres constants dans les diverses fusions, notamment : pression à froid, cycle de chauffage, quantités enfournées, forme géométrique et position dans le four de la nacelle.

IV. **Résultats obtenus.** — Plus d'une cinquantaine de fusions différant par la nature des composés ou par le cycle thermique ont été réalisées avec cet appareil.

Composés polycristallins. — Les composés suivants ont été obtenus pour la première fois, à notre connaissance, par cette méthode :

$Mg_2 Sn$, $Mg_2 Pb$, $Mg_2 Ge$ à la fin de l'année 1957, $Mg_2 Si$, $Ca_2 Sn$ au cours de l'année 1958.

Ces composés binaires ont pu être purifiés par fusion de zone dans un four à induction, sous pression de 3 kg/cm².

On a également préparé des solution solides du type $Mg_2 Sn_x Pb_{(1-x)}$.

Les échantillons doivent être conservés à l'abri des impuretés atmosphériques.

Composés monocristallins. — Les expériences se sont poursuivies par la préparation de monocristaux de $Mg_2 Sn$ et de $Mg_2 Ge$ (*fig.* 4 et 5).

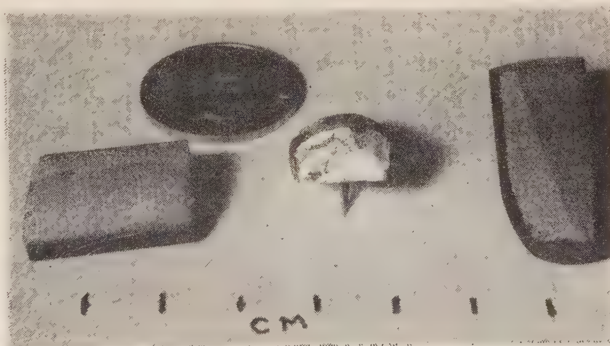


Fig. 4. — Échantillons de $Mg_2 Sn$ renfermant des monocristaux.

Des mesures d'effet Hall ont montré qu'on pouvait réduire la concentration d'impuretés jusqu'à environ 10^{16} impuretés par cm³ [5].

[5] Thèses non publiées de Mlles N. Sexer et B. Courtois.

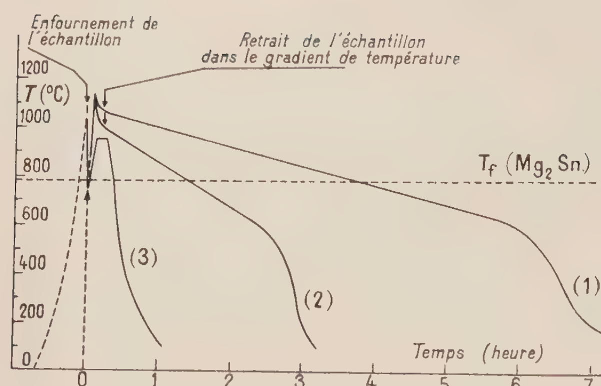


Fig. 5. — Courbes type des programmes de température :
1) Fusion à refroidissement très lent.
2) Fusion à refroidissement lent.
3) Fusion à refroidissement brusque.

Impuretés résiduelles. — En soumettant un échantillon de Mg_2Sn renfermant au départ un excès appréciable de magnésium à des cuissons successives de manière à transformer cet excès en défaut par évaporation du magnésium, on a pu vérifier une observation antérieure faite sur les fusions à refroidissement brusque, selon laquelle un excès résiduel de magnésium donnerait un composé de type *n* alors qu'un défaut donnerait un type *p* (voir tableau 1).

D'autre part, dans le cas des refroidissements lents, le type obtenu est *n* ou *p* suivant la vitesse (voir tableau 2) quelle que soit la nature du composant en excès ; ceci résulte problement de l'influence de la vitesse de déplacement du front de solidification sur le coefficient de ségrégation.

L'échantillon se concentre ordinairement vers l'extrémité la plus froide de la nacelle ; il en résulte un transfert de chaleur produisant une composante verticale de la vitesse du front de solidification. Ce phénomène se traduit, comme il faut s'y attendre, par un gradient vertical de la concentration d'impuretés.

Les dépôts. — Les parois de l'enceinte et de l'élément ainsi que les bornes et les sorties de l'enroulement chauffant et des thermocouples se recouvrent de fines poussières. Ces dépôts résultent de la combinaison partielle des vapeurs de magnésium avec des impuretés, principalement l'azote et l'oxygène de l'argon. Il est remarquable que ces dépôts ne court-circuitent ni les sorties de l'élément ni celles du couple. Sans adhérer aux parois, ils les recouvrent d'une couche protectrice résistant aux actions chimiques ; cependant ils semblent contribuer à la purification car les échantillons sont attaqués lors de la fusion qui suit les nettoiements périodiques de l'appareil, à moins d'avoir soin de volatiliser au préalable une partie du magnésium de la nacelle d'épuration en la déplaçant vers la zone chaude.

Caractéristiques de quelques fusions. — Les caractéristiques de quelques fusions-types sont données dans les tableaux 1 et 2.

TABLEAU 1

Caractéristiques de la préparation de quelques polycristaux

Nature de l'échantillon	Température maximum (°C)	Température de fusion (°C)	Durée du palier (min) à température *Tf*	Pression à froid (kg/cm²)	Masse enfournée (grammes)	Excès (+) ou pertes (—) résultants par évaporation (% Mg perdu)	Type
—	—	—	—	—	—	—	—
Mg_2Pb	800	550	14	5	20	— 1	—
Mg_2Sn	1 000	780	12	5	23	— 1	—
Mg_2Sn 1re fusion...	1 000	780	11	10	16	+ 1,6	*n*
Mg_2Sn 2e fusion...	1 000	id.	13	10	—	+ 0,4	une partie *n* une partie *p*
Mg_2Sn 3e fusion...	1 000	id.	9	30	—	— 2	*p*
Mg_2Ge	1 200	1 115	10	5	20	— 10	—
Mg_2Si	1 150 (Si 1 350)	1 090	17	20	7,5	—	—
Ca_2Sn	— (Ca 851)	1 100	10	5	4,1	—	—

TABLEAU 2

CARACTÉRISTIQUES DE LA PRÉPARATION DES MONOCRISTAUX

NATURE DE L'ÉCHANTILLON	TEMPÉRATURE MAXIMUM (°C)	VITESSE DE REFROIDISSEMENT (°C/HEURE)	PRESSION A FROID (KG/CM²)	MASSE ENFOURNÉE (GRAMMES)	EXCÈS (+) OU PERTES (—) RÉSULTANT PAR ÉVAPORATION (% MG PERDU)	CARACTÉRISTIQUES DE L'ÉCHANTILLON TYPE	Ω × CM	CONCENTRATION D'IMPURETÉS CM⁻³
—	—	—	—	—	—	—	—	—
Mg_2Sn	1 100	170	20	15,15	+ 2,3	*p*	47	$1{,}25 \times 10^{16}$
Mg_2Sn	1 060	75	20	15	— 3	*n*	40	$1{,}7 \times 10^{17}$

TABLEAU 3

CARACTÉRISTIQUES DE CONSTRUCTION DES ÉLÉMENTS CHAUFFANTS

ÉLÉMENT ÉTUDIÉ	SK — 2	SK — 3	SM — 1
—	—	—	—
Produits réfractaires :			
Diamètres tube extérieur (mm)	54/60	54/60	54/60
» » intermédiaire (mm)	39/45	39/45	39/45
» » bobiné (mm)	24/28	27/32	24/28
» » libre (mm)		20/24	
Longueur des tubes (mm)	400	400	400
Matière tubes	D-1 472-S	D-1 472-S	D-1 472-S
Matière ciment	D-319	D-319	D-319*
Tube bobiné $\frac{\text{surface périphérique extérieure}}{\text{longueur}}$ (cm²/cm)	8,8	10,1	8,8
Enroulement :	Kanthal	Kanthal	Molybdène
Diamètre du fil (mm)	2	2	1
Longueur du fil (mm)	7	7,6	12,4
Diamètre spire (mm)	31	34	30
Résistance totale (Ω)	3,3	3,6	5,3 (à 1 500 °C) variable avec température
Surface totale du fil (cm²)	440	476	328
Zone à enroulement serré :			
Pas (mm) × Nombre de spires	3,5 × 60	3,5 × 50	2 × 105
Longueur (mm)	210	210	210
Surface périphérique extérieure tube bobiné (cm²)	185	212	185
Longueur fil enroulement serré (m)	5,9	6,4	10,0
Résistance (Ω)	2,7	3,0	variable avec température
Zone à enroulement espacé :			
Pas (mm) × Nombre de spires	8 × 11	8 × 11	4 × 22
Longueur (mm)	90	90	90
Surface périphérique extérieure tube bobiné (cm²)	79	91	79
Longueur enroulement espacé (m)	1,1	1,2	2,1
Résistance (Ω)	0,6	0,6	variable avec température

(*) Isolant amiante entre tubes extérieurs.

REMERCIEMENTS

Nous sommes heureux d'exprimer toute notre reconnaissance à M. le Pr Aigrain sous l'impulsion duquel ce travail a été accompli.

Nous avons trouvé le meilleur accueil au Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure et en particulier, à notre arrivée, auprès de MM. Delcroix, Garreta, Nozières et Leclerc.

Les conseils que M. Tavernier nous a prodigués tout au long de cette étude, et les encouragements de M. Corbier au cours des premières réalisations pratiques sont profondément appréciés.

Nos remerciements vont aussi à M. Godefroy et à ses collaborateurs du Laboratoire Central des Industries Électriques pour les facilités qu'ils nous ont fournies et notamment à M. Coelho pour la part active qu'il a prise aux corrections de cet article.

ANNEXE

Caractéristique de construction et de fonctionnement des éléments chauffants. — Les éléments chauffants utilisés dans cet appareil ont été étudiés de manière à pouvoir être reproduits le plus fidèlement possible. Cependant les dimensions et la nature des produits réfractaires peuvent être sujettes à des variations, aussi les éléments sont-ils étalonnés avant leur emploi.

Les deux tableaux 3 (p. 153) et 4, et les notes qui suivent se rapportent respectivement aux caractéristiques de construction, à celles de fonctionnement et à leur emploi en cours de manipulation.

TABLEAU 4

CARACTÉRISTIQUES DE FONCTIONNEMENT DES ÉLÉMENTS CHAUFFANTS A PRESSION ET TEMPÉRATURE DÉFINIES

Pression et température sont définies dans les conditions suivantes : la pression est mesurée avant le début du chauffage et après la stabilisation de la température. La température lue est celle du thermocouple par rapport à l'ambiante. En première approximation, la puissance apparente est confondue avec la puissance réelle, le four étant alimenté en courant alternatif. La puissance nécessaire pour obtenir une température donnée, définie pour une pression à froid donnée, sert de base dans l'étude d'un élément nouveau.

ÉLÉMENT ÉTUDIÉ	SK — 2	SK — 3	SM — 1
Pression à froid (kg/cm²)	40	40	30
Température lue T (°C)...	1 270	1 270	1 500
Pression à T lue (kg/cm²) .	70	80	70
Tension aux bornes (V) ...	92	98	95
Intensité (A)	30	29	18
Puissance (W) (approchée).	2 750	2 840	1 710
Puissance par surface du fil (W/cm²)	6,25	6,45	5,22
Zone à enroulement serré			
Puissance (W)	2 420	2 390	1 380
Puissance par longueur d'élément (W/cm)	115	114	66
Puissance par surface d'élément (W/cm²)	13,1	11,3	7,5

Manuscrit reçu le 14 mars 1960.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Busch (G.) et Winkler (U.), *Helv. Phys. Acta*, 1954, **26**, 579.
Winkler (U.), *Helv. Phys. Acta*, 1955, **28**, 633.

[2] Blunt (R. F.) et al., *Phys. Rev.*, 1955, **100**, 663.
Frederikse (H. P. R.) et al., *Phys. Rev.*, 1956, **103**, 67.

[3] Morris (R. G.) et al., *Phys. Rev.*, 1958, **109**, 1909.
Redin (R. D.) et al., *Phys. Rev.*, 1958, **109**, 1916.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 11.
TOME 21, NOVEMBRE 1960, PAGE 155 A.

MESURES DES PROPRIÉTÉS DIÉLECTRIQUES DES SUBSTANCES A FORTES PERTES

Par EDMOND GROUBERT et PAUL CAILLON,
Laboratoire de Physique, Faculté des Sciences de Montpellier.

Résumé. — Nous avons réalisé un appareillage de mesure des propriétés diélectriques des isolants en haute fréquence, basé sur la variation de la largeur de bande présentée par un circuit oscillant lorsqu'on place à ses bornes une impédance présentant des pertes. Cette méthode de mesure devient meilleure que d'autres dans certaines conditions que nous définissons.

Abstract. — In order to measure the dielectric properties of insulating materials at high frequencies we have constructed an apparatus based on the variation of the width of the resonance curve of a tuned circuit when an impedance with losses is in circuit. This method of measurement is found better than others in certain conditions that we define.

I. **Introduction.** — Les propriétés diélectriques d'un corps sont caractérisées par sa permittivité $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$, ε' étant la constante diélectrique de la substance et ε'' son facteur de perte. Expérimentalement on peut mesurer ε' et le rapport $\text{tg}\, \delta = \varepsilon''/\varepsilon'$, δ étant l'angle de perte. On sait que la variation de ces deux quantités caractéristiques en fonction de la température et de la fréquence peut fournir des renseignements précis sur la structure du corps étudié et les modifications qu'elle subit lorsque changent les conditions d'expérience. Pour fixer l'ordre des grandeurs de ces quantités pour divers corps, nous donnons quelques valeurs dans le tableau I. Le polystyrène est considéré comme un corps à faibles pertes diélectriques tandis que le glycérol est un exemple de corps à fortes pertes.

L'appareillage que nous avons réalisé au laboratoire nous a permis d'étudier, entre la température ambiante et — 50 °C, les propriétés diélectriques de certaines substances dans la bande de 0,1 à 16 MHz.

TABLEAU I

CORPS	POLYSTYRÈNE	CHLORURE DE POLYVINYLE	DIACÉTINE — 33 °C	GLYCÉROL — 52 °C
ε'	2,5	3,4	de 4 à 15	de 3 à 65
tg δ	0,0005	0,02	de 0,03 à 0,42	de 0,06 à 0,90

Par ailleurs, nos recherches sur les diélectriques liquides et solides nous ont montré l'intérêt qu'il y a à étudier les propriétés de ces corps en fonction de la tension. Notre dispositif, contrairement à d'autres montages classiques, nous permet de faire facilement ces mesures. Grâce au gain élevé de l'amplificateur à large bande dont est muni notre dispositif, on peut soumettre le diélectrique à des tensions variant entre 30 V et 0,03 V. Le champ électrique dans lequel se trouve la substance peut ainsi varier notablement sans qu'on ait à faire varier son épaisseur.

II. **Rappel du principe des mesures d'impédances en haute fréquence.** — Dans la bande de fréquences HF, le circuit de mesure de base est le circuit oscillant. Il est utilisé dans tous les cas à la résonance et à son voisinage. Le phénomène de surtension dont il est le siège dans ces conditions procure une grande sensibilité aux mesures. Nous rappellerons les propriétés essentielles de ce circuit, qui interviennent directement dans le procédé de mesure qui nous intéresse.

Considérons un circuit constitué par une bobine (L, r) et une capacité (C, R) en dérivation. Si l'on fait agir sur cet ensemble une force électromotrice E de fréquence f, il apparaît aux bornes du circuit, à la résonance, une tension U_m. On a les relations fondamentales

$$U_m = QE \text{ avec } 1/Q = r/L\omega + L\omega/R \qquad LC_m\,\omega^2 = 1. \quad (1)$$

La condition de résonance de tension ne fait pas intervenir la valeur de la résistance R qui peut se placer en parallèle sur le circuit, ce qui est capital dans le cas de la mesure sur des corps présentant de fortes pertes. On sait en effet que le circuit équivalent d'un condensateur réel peut être représenté par une capacité C et une résistance R en dérivation (*fig.* 1) et que, dans ces conditions, on a $\text{tg}\, \delta = 1/RC\omega$.

Une substance à fortes pertes servant de diélectrique à un condensateur sera caractérisée par une

résistance R assez faible. Les relations fondamentales (1) sont valables même pour ces valeurs relativement faibles de R (ce qui ne serait pas le cas pour la résonance de courant).

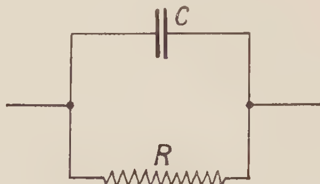


Fig. 1.

Si nous faisons varier C d'une quantité ΔC par rapport à la valeur C_m de résonance, nous obtenons une nouvelle tension U_m telle que

$$\frac{U_m}{U} = \sqrt{1 + \left[Q\frac{\Delta C}{C_m}\right]^2}. \qquad (2)$$

La courbe $U = f(\Delta C)$ est symétrique par rapport à l'axe des tensions.

Dans la réalisation pratique du circuit on s'attachera à éliminer le plus possible les impédances parasites.

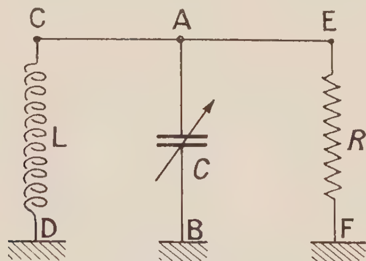


Fig. 2.

En reliant les points DBF (*fig.* 2) à la masse on n'aura à tenir compte que de l'impédance des connexions CAE qui doivent être les plus courtes possibles. La capacité parasite du point A par rapport à la masse vient se placer en parallèle sur la capacité C et entre dans sa capacité résiduelle. Il ne reste donc que l'impédance série de la connexion CAE qu'il est difficile d'éliminer et qui est représentée en grande partie par son inductance. L'utilisation de connexions plates augmente la capacité au détriment de l'inductance.

III. Principales méthodes de mesure utilisant un circuit oscillant. — 1) Substitution de résistance [1]. — Dans une première opération on injecte une tension inconnue dans le circuit oscillant (par couplage inductif avec un oscillateur) aux bornes duquel est branchée la capacité C_x à étudier. On règle le condensateur variable à la valeur C_1 pour avoir la résonance et obtenir la tension maximum U_m. On retire le spécimen et on insère dans le circuit une résistance R de façon à retrouver, à la résonance, la même tension U ; la valeur de la capacité du condensateur d'accord est alors C_2.

$$C_x = \frac{C_1}{1 + \text{tg}^2\,\delta} - C_2 \quad \text{et} \quad \text{tg}\,\delta = \frac{C_2}{C_2 - C_1}\,.C_2.R.\omega. \qquad (3)$$

La plupart du temps on obtient R par interpolation entre deux valeurs R_1 et R_2 correspondant à des tensions légèrement supérieures et inférieures à U. Mais cette méthode n'est utilisable que dans la bande fréquence de 0,1 à 1 MHz.

2) Acuité de résonance. — C'est la méthode qui est utilisée dans le Qmètre où on injecte une tension connue dans le circuit oscillant et où l'on mesure la tension de résonance U_m. Le rapport $Q = U_m/U$ fournit directement le coefficient de surtension apparent du circuit. En considérant le circuit seul défini par $1/Q_1$ et le même circuit avec aux bornes une capacité inconnue C_x pour lequel on obtient $1/Q_2$, on a les relations :

$$C_x = C_1 - C_2$$

$$R = L.\omega \Big/ \left[\frac{1}{Q_2} - \frac{1}{Q_1}\right] = \frac{1}{C_1} \times \frac{Q_1.Q_2}{Q_1 - Q_2} \qquad (4)$$

et

$$\text{tg}\,\delta = \frac{C_1}{C_x}\,\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1.Q_2}.$$

C'est une formule qui se révèle en pratique peu commode à utiliser pour la mesure de pertes.

3) Variation de la largeur de bande. — Dans cette méthode, dite aussi méthode de variation de susceptance, on injecte aux bornes du circuit oscillant une tension inconnue et on règle la capacité d'accord de façon à obtenir sur le voltmètre électronique une tension maximum U_m pour la résonance. On dérègle ensuite la capacité pour obtenir une tension U dans un rapport donné avec la tension maximum U_m. Nous avons dans ces conditions, si ΔC est le déréglage de capacité et A le rapport des tensions

$$A = \sqrt{1 + \left[Q\frac{\Delta C}{C_m}\right]^2} \qquad \frac{1}{Q} = \frac{1}{\sqrt{A^2 - 1}}\cdot\frac{\Delta C}{C}, \qquad (5)$$

on choisit habituellement le rapport des tensions égal à $\sqrt{2}$, la formule devient alors

$$1/Q = \Delta C/C. \qquad (6)$$

C'est la formule utilisée dans la méthode de variation de la largeur de bande et qui sert de base à l'appareil que nous avons réalisé. On remarquera la simplicité de cette formule qui facilite le calcul des pertes des capacités.

Notre intention est de comparer les deux der-

nières méthodes, seules utilisables dans une large gamme de fréquences, du point de vue de la précision et de la commodité d'emploi pour l'étude des diélectriques à fortes pertes.

IV. **Qualités et limitation d'emploi du Q mètre.** — Cet appareil est tout indiqué pour la mesure de la qualité des bobines dont il donne directement le coefficient de surtension apparent Q. (Ce coefficient peut être confondu avec le coefficient de surtension réel à 5 % près, à cause de la capacité répartie.). La mesure des capacités est moins directe, en particulier en ce qui concerne leurs pertes.

a) La capacité inconnue est donnée par une relation de la forme :

$$C_x = C_1 - C_2, \qquad (7)$$

L'erreur dC_x sur cette mesure est

$$dC_x = dC_1 + dC_2.$$

En l'absence de diélectriques les pertes sont négligeables, la surtension du circuit est grande ; il est par conséquent facile de déterminer la capacité de résonance C_1, avec une erreur dC_1 de l'ordre de 0,1 pF.

Dans la détermination de C_2 l'erreur est toujours plus grande à cause de l'amortissement et ceci d'autant plus que la capacité mesurée présente des pertes élevées ; C_2 ne peut être déterminé à moins de 1 pF.

Au fur et à mesure que la fréquence augmente la capacité mesurable diminue. Elle peut se réduire à 25 pF à 20 MHz ; sa valeur n'est donc connue qu'à 4 % près environ.

b) Pour les pertes nous avons la relation :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{C_1}{C_x}\left(\frac{1}{Q_2} - \frac{1}{Q_1}\right), \qquad (8)$$

soit pour l'erreur correspondante :

$$\frac{d(\operatorname{tg} \delta)}{\operatorname{tg} \delta} = \frac{dC_1}{C_1} + \frac{dC_x}{C_x} + \frac{dA}{A},$$

en posant $A = 1/Q_2 - 1/Q_1$. Donc :

$$\frac{dA}{A^2} = \frac{dQ_2}{Q_2^2} + \frac{dQ_1}{Q_1^2}.$$

Pratiquement le terme provenant de la mesure à vide est négligeable. On peut prendre en moyenne une valeur $Q \geqslant 150$ et $dQ = 0{,}5$. On ne retient donc que le terme

$$\frac{dA}{A^2} = \frac{dQ_2}{Q_2^2},$$

ce qui entraîne

$$\frac{dA}{A} = \frac{Q_1}{Q_2} \cdot \frac{dQ_2}{Q_1 - Q_2},$$

et par suite :

$$\frac{d(\operatorname{tg} \delta)}{\operatorname{tg} \delta} = \frac{dC_1}{C_1} + \frac{dC_x}{C_x} + \frac{Q_1}{Q_2} \cdot \frac{dQ_2}{Q_1 - Q_2}. \qquad (9)$$

Si nous prenons par exemple $Q_2 = 160$, $Q_2 = 150$, $dQ_1 = dQ_2 = 0{,}5$ nous obtenons :

$$\frac{Q_1}{Q_2} \times \frac{dQ_2}{Q_1 - Q_2} \# 0{,}05.$$

En y ajoutant les termes capacitifs qui apparaissent dans l'expression (9) et que nous avons évalués plus haut, nous arrivons déjà à une erreur sur tg δ de l'ordre de 10 % environ et nous pouvons considérer que nous sommes cependant dans les conditions courantes d'emploi du Qmètre pour des mesures de pertes diélectriques.

La précision devient très faible dans le cas où on étudie des corps à fortes pertes car l'amortissement du circuit est alors très important. Il peut même arriver ($Q < 5$) que les lectures sur l'appareil deviennent impossibles.

Pour une substance donnée, on peut essayer d'augmenter le terme Q_2 en diminuant la valeur de la capacité à mesurer, comme le montre la formule (8). On est très vite arrêté dans cette voie par la capacité à vide de la cellule qui ne peut descendre au-dessous de 5 pF.

De plus, les mesures effectuées dans ce domaine de fréquence font partie d'un ensemble qui couvre la gamme de 10 Hz à 16 MHz. Nous avons pensé qu'il était préférable d'utiliser, pour l'étude d'un même corps, la même cellule car les erreurs systématiques qui peuvent s'introduire proviennent plutôt de la cellule que des appareils qui utilisent la méthode de substitution. Les autres méthodes de mesure utilisées en basse fréquence, le pont en particulier, nécessitent une capacité assez importante pour fournir une bonne précision. Il faut donc pouvoir mesurer de grandes capacités, ce qui conduit à des valeurs faibles de Q_2.

Un autre inconvénient de l'emploi du Qmètre classique dans les mesures diélectriques provient de la disposition de ses éléments. Pour qu'ils puissent servir à d'autres usages (mesure de bobine) les bornes de sorties des Qmètres industriels sont situées sur le dessus de l'appareil. Dans le cas qui nous occupe, comme nous l'avons dit, il est essentiel de faire des mesures en fonction de la température. Pour que celle-ci soit bien stable (condition essentielle dans la détermination du maximum de tg δ) on est obligé de placer la cellule de mesure dans une enceinte thermostatique convenable; ce qui entraîne l'emploi de fils de connexions relativement longs ; ces fils interviennent d'une façon non négligeable par leur inductance et leur capacité parasite.

Cette capacité parasite réduit non seulement la précision générale de la mesure mais en outre,

en diminuant C_1, elle limite la valeur maximum de la capacité C_x mesurable.

Ce sont ces diverses raisons qui nous ont conduits à réaliser un appareil mieux adapté à nos besoins que nous proposons d'appeler Susceptance mètre. Nous l'avons voulu plus précis et plus commode que le Qmètre au prix évidemment d'une moins grande universalité d'emploi (nous n'envisageons pas de mesurer des bobines de self).

V. **Qualités et limitation d'emploi du « Susceptance mètre ».** — *a*) On a pour les capacités la relation $C_x = C_1 - C_2$ (10). L'utilisation d'un condensateur de mesure de 500 pF muni d'un cadran démultiplié (rapport 2) de 180 mm de diamètre permet d'obtenir $\mathrm{d}C = 0{,}5$ pF, soit $\mathrm{d}C_x = 2\mathrm{d}C = 1$ pF. Cette erreur est supérieure ou égale à celle provenant de la lecture de la tension sur le millivoltmètre électronique. On peut donc compter sur une erreur inférieure à 1 % sur des capacités à mesurer de l'ordre de 300 pF. Les bobines montées sur l'appareil sont en résonance avec 400 pF environ.

b) Pour la détermination des pertes on à la relation

$$\mathrm{tg}\,\delta = \frac{\Delta C_2 - \Delta C_1}{C_x}, \qquad (11)$$

soit pour l'erreur correspondante

$$\frac{\mathrm{d}(\mathrm{tg}\,\delta)}{\mathrm{tg}\,\delta} = \frac{\mathrm{d}C_x}{C_x} + \frac{\mathrm{d}(\Delta C_1)}{\Delta C_2 - \Delta C_1} + \frac{\mathrm{d}(\Delta C_2)}{\Delta C_2 - \Delta C_1}. \qquad (12)$$

On lit les valeurs de ΔC_1 et ΔC_2 sur un vernier constitué par un condensateur de 60 pF muni, lui aussi, d'un cadran de 180 mm et une démultiplication de rapport 2.

On peut estimer ainsi que $\mathrm{d}(\Delta C)$ est d'environ 0,03 picofarad. Habituellement on mesure ΔC correspondant à une même variation de tension de part et d'autre de la résonance, soit le double du ΔC figurant dans la formule.

Pour une capacité C_x de 300 pF et un angle de perte de 1/1 000 on obtient une variation $\Delta C_2 - \Delta C_1$ d'environ 3 pF. Il en résulte que pour des pertes supérieures à 1/1 000 on peut prendre les valeurs :

$$\frac{\mathrm{d}(\Delta C_1)}{\Delta C_2 - \Delta C_1} \# \frac{\mathrm{d}(\Delta C_2)}{\Delta C_2 - \Delta C_1} \# \frac{1}{100}.$$

On trouve ainsi au moyen de la formule (12) une précision voisine de 3 % sur les mesures de tg δ lorsque les pertes sont égales ou supérieures à 1/1 000. Alors que la précision des mesures au Qmètre augmente avec la valeur des Q mesurée (produits à faible perte), dans le cas de la méthode de variation de largeur de bande, cette précision augmente avec la valeur de la capacité mesurée, une augmentation de perte correspondant à un plus grand ΔC (produits à fortes pertes).

En outre les formules de cette dernière méthode sont plus commodes pour le calcul numérique.

VI. **Réalisation pratique de l'appareil.** — 1) Le circuit oscillant. — Nous avons réalisé un jeu de 12 bobines de très bonne qualité dont les caractéristiques sont données dans le tableau II. La plupart de ces bobines sont montées sur un noyau de ferrite ce qui nous a permis, vu leur faible encombrement, de les placer sur un rotacteur de 20 cm de diamètre enfermé dans l'appareil. Une simple manœuvre du bouton du rotacteur permet de mettre en place la bobine désirée et évite ainsi les manipulations de bobines exigées pour le Qmètre à chaque changement de gammes de fréquences. Nos bobines ont été construites pour résonner avec une capacité voisine de 400 pF, ce qui a fixé les valeurs de L et f pour chaque bobine. Il a donc fallu sacrifier le coefficient de surtension au détriment de la capacité de résonance contrairement à ce que l'on fait dans les Q mètre. Mais, lorsque la capacité C_x à mesurer reste faible (50 pF environ), on peut toutefois améliorer le coefficient de surtension du circuit en utilisant une bobine prévue pour une résonance à des fréquences plus basses. Cette possibilité est intéressante lorsqu'on étudie par exemple le début d'un phénomène de dispersion Debye.

La capacité d'accord du circuit se compose d'un condensateur principal de 500 pF à variation linéaire et d'un condensateur vernier de 60 pF. Tous deux sont à air, à lames en laiton argenté et leur inductance est négligeable jusqu'à 200 MHz.

Le condensateur vernier permet non seulement d'obtenir une meilleure précision de lecture, mais encore permet à lui seul d'assurer la variation de ΔC sans que l'on ait à modifier le réglage du condensateur principal (ce qui évite de faire varier les pertes séries de ce dernier, plus importantes que celles du condensateur vernier).

2) Capacités résiduelles. — Les capacités résiduelles dont nous avons déjà signalé l'action fâcheuse en tant que capacités parasites, interviennent indirectement sur la qualité du circuit : elles entraînent l'utilisation d'une bobine dont la self est plus faible que celle que nécessiterait la seule capacité à mesurer, ce qui interdit, en général, son usage à la fréquence pour laquelle son coefficient de surtension est maximum.

Nous nous sommes par conséquent attachés à réduire ces capacités parasites. Nous avons utilisé un condensateur principal n'ayant que 17 pF de capacité résiduelle, un condensateur vernier n'ayant que 5 pF et nous avons assuré la liaison avec la source de tension au moyen d'une chaîne de trois condensateurs céramiques de 10 pF chacun n'ajoutant ainsi que 3 pF supplémentaires aux capacités précédentes. Ces capacités résiduelles qu'il est pratiquement impossible d'éliminer n'atteignent donc que 25 pF.

L'étalonnage de l'appareil, après montage défi-

nitif, n'ayant fait apparaître qu'une capacité résiduelle totale de 37 pF, celle imputable aux connexions est donc réduite à 12 pF dans notre réalisation.

3) LES BOBINES DE SELF. — En ce qui concerne les bobines de self, nous donnons au tableau II le coefficient de surtension Q_0 des bobines seules et le coefficient de surtension Q_1 de ces mêmes bobines

TABLEAU II

BOBINES	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
*f*MHz ..	0,10	0,16	0,24	0,40	0,64	1	1,6	2,4	4	6,4	10	16
Q_0	300	208	300	206	200	198	192	173	151	172	168	180
Q_2	210	141	193	178	179	153	140	147	119	112	92	64

mesuré au moyen de l'appareil lui-même, fonctionnant à vide (qui est aussi le coefficient de surtension apparent de tout le circuit de mesure).

4) SCHÉMA DE PRINCIPE. — Le schéma d'ensemble du montage électrique (*fig.* 3) est le suivant :

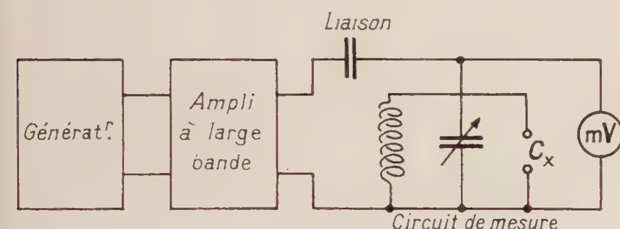


FIG. 3.

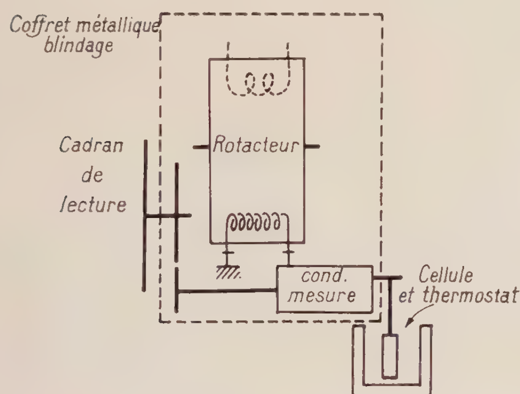


FIG. 4.

Il comprend un générateur HF qui alimente un amplificateur à large bande (0,1 à 20 MHz) à gain élevé (20 db ± 1 db) que nous avons réalisé au laboratoire. C'est cet ensemble qui attaque le circuit oscillant. A la sortie du circuit est disposé un millivoltmètre électronique dont la sensibilité minimum est de 1 mV et dont l'impédance d'entrée (3 pF) est très grande. Les divers organes du circuit oscillant sont placés dans un coffret métallique assurant le blindage. Le rotacteur est disposé de telle façon que la bobine mise en circuit vienne se placer juste au-dessus du condensateur principal de mesure. On retrouve alors la disposition des bobines enfichées des Qmètres.

Les bornes de sortie X sont situées à l'arrière et au bas du coffret de façon à pouvoir être reliées directement à la cellule de mesure trempant dans un bain thermostatique. La disposition générale à l'allure ci-contre (*fig.* 4).

VII. **La cellule de mesure.** — La cellule a été étudiée pour permettre des mesures sur des corps à l'état liquide entre — 80 °C et 250 °C. Elle est constituée par un condensateur cylindrique en acier inoxydable avec un isolement au téflon.

Aux températures supérieures à la température ambiante aucune précaution spéciale n'est nécessaire pour son emploi. Par contre, quand on opère au-dessous de 0 °C, l'isolant et les fils de sortie sont coiffés d'un tube de bakélite fermé à sa partie supérieure par un film de polythène qui empêche un dépôt de givre à leur surface. Pour des températures comprises entre — 50 °C et la température ambiante, la cellule plonge dans un vase Dewar de grande dimension (15 l) qui contient aussi l'évaporateur d'une machine frigorifique. L'inertie thermique de la masse d'alcool s'ajoutant à l'action du régulateur de température qui commande le compresseur procure une stabilité d'environ 0,1 °C avec une bonne souplesse d'emploi. Pour des températures plus basses on peut utiliser le même vase Dewar avec de la neige carbonique ou de l'azote liquide.

Un thermomètre à alcool plonge sans colonne émergente dans le bain thermostatique ainsi qu'une des sondes d'un thermocouple dont l'autre est placée dans l'électrode centrale de la cellule. On est ainsi renseigné avec précision sur l'instant où l'équilibre thermique est réalisé entre le bain et le corps à étudier.

Pour définir la valeur de la capacité à donner à la cellule nous avons tenu compte du fait que, tout au long d'un domaine de dispersion, le pouvoir inducteur du corps à étudier peut varier entre de grandes limites.

Par exemple, pour le propanediol, ε', quand la fréquence varie, passe de 1,8 à 30 à la température

de — 43 °C et, pour le glycérol, de 3 à 65 à la température de — 52 °C.

Nous avons construit une première cellule dont la capacité à vide utilisable C_0 est de 5 pF, et la capacité résiduelle de 2,5 pF. Une deuxième cellule de 20 pF est utilisée pour les corps présentant un pouvoir inducteur faible.

Nous avons étalonné ces cellules à vide puis remplies de toluène ($\varepsilon' = 2{,}387$ à 20 °C et 10 kKz) pour toutes les fréquences utilisées. Grâce à la suppression de la plus grande partie des connexions nous avons trouvé une capacité apparente constante dans ces conditions.

VIII. **Exemples de résultats obtenus.** — Nous comparons dans le tableau III les résultats bruts obtenus avec un Qmètre (Q_2) et avec l'appareil que nous venons de décrire, (ΔC_2), pour des échantillons d'éthyl-glycol, de propanediol 1-2, et de diacétone alcool. Les résultats concernant les mesures au Qmètre sont empruntés à un travail antérieur [2].

On obtient également des résultats intéressants dans l'étude, au moyen de notre appareil, des propriétés diélectriques des mélanges à forte teneur en eau.

TABLEAU III

a) Étude de l'Ethylglycol à — 85 °C.

Fréquences en MHz	0,10	0,40	0,64	1	4	6,4	10	16
Q_2	< 5	< 5	< 5	5	11	22	24	36
ΔC_2	52,5	48	44	32	19,5	17	15	11
ε'	10,3	6,7	6	4,2	3,5	2,8	2,8	2,8
tg δ	0,63	0,65	0,66	0,64	0,41	0,39	0,40	0,35

b) Étude du Propanediol 1-2 à — 42,5 °C.

Fréquences en MHz	0,10	0,40	0,64	1	4	6,4	10	16
Q_2	< 5	< 5	< 5	7,5	25,5	35	39	
ΔC_2	65	40	30	23	12	12	11	
ε'	17,6	6,18	4,7	3,2	2,9	2,3	1,8	
tg δ	0,63	1,05	1,12	1	0,52	0,46	0,40	

c) Étude du Diacetone alcool à — 41 °C.

Fréquences en MHz	0,10	0,40	0,64	1	4	6,4	10	16
Q_2	110	60	39	26	9	7	< 5	< 5
ΔC_2	3	6	7	10	25,5	34	34	39
ε'	23,6	23,2	23,2	23,2	21	19,2	14	10
tg δ	0,0005	0,0215	0,0258	0,0518	0,195	0,292	0,48	0,70

IX. **Conclusion.** — Alors que le Qmètre est un appareil précis (mais cependant peu commode), pour les mesures des propriétés diélectriques des corps à faibles pertes, il semble bien, par contre, que l'appareil que nous avons réalisé soit mieux adapté à l'étude des diélectriques à fortes pertes.

Manuscrit reçu le 5 avril 1960.

BIBLIOGRAPHIE

[1] ASTM Standards, partie 6, page 956. (Édition 1952).

[2] Groubert, *thèse*. Paris, mars 1959.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 11.
TOME 21, NOVEMBRE 1960, PAGE 161 A.

STABILISATEURS DE COURANT A TRANSISTORS POUR ÉLECTRO-AIMANTS DE PUISSANCE MOYENNE (1 à 10 kW)

Par MICHEL SAUZADE,
Laboratoire d'Électronique de la Faculté des Sciences. Boîte Postale n° 9, Fontenay-aux-Roses.

Résumé. — Après avoir indiqué le principe général des stabilisateurs de courant de forte puissance pour électro-aimants, l'auteur établit les différentes expressions permettant de calculer les paramètres de construction. Un calcul approché du gain de la chaîne de contre-réaction permet de connaître les conditions de stabilité. La stabilité du champ magnétique obtenu est mesurée par différentes méthodes.

Abstract. — After outlining the general principle of high power stabilized supply for electromagnets, the author gives the different expressions for computing the essential characteristics. An approximate computation of the feedbackloopgain allows one to find the condition of stability. Various methods are used to measure the degree of magnetic field stability.

Introduction. — La stabilisation fine dans le temps du champ d'un électro-aimant pose des problèmes difficiles à résoudre car les puissances mises en jeu sont de l'ordre de 1 à 10 kW. Dans le passé les électro-aimants ont été, en général, alimentés par des génératrices à courant continu stabilisées (si nécessaire) par une chaîne d'amplificateurs exerçant une contre-réaction par l'excitation de la génératrice. Du fait du temps de réponse imposé par l'inertie électro-magnétique, on ne peut, par ce procédé, espérer obtenir des stabilités supérieures à 10^{-3}.

De nombreuses et importantes applications, comme la spectrographie de masse ou de vitesse des particules libres, exigent une stabilité de l'électro-aimant dispersif supérieure à cette valeur. Une technique encore plus exigeante est la spectroscopie de résonance paramagnétique nucléaire qui nécessite pour l'étude des structures hyperfines, des stabilités supérieures à 10^{-7}. Il s'avère alors impossible d'atteindre ce résultat en stabilisant le courant d'alimentation. On doit décomposer le stabilisateur en un organe primaire régulant le courant et un organe secondaire éliminant directement les instabilités résiduelles du champ. L'organe secondaire étant particulièrement sensible, il est absolument nécessaire que la régulation primaire soit déjà de l'ordre de 10^{-5}, c'est là une étape que l'on ne peut pas obtenir directement au moyen d'une génératrice à courant continu.

Les alimentations stabilisées industrielles actuelles (par exemple celles de la firme VARIAN) font appel à des tubes à vide ; l'électro-aimant est alimenté sous haute tension (2 500 V) et est parcouru par un courant relativement faible (2 A) facilement contrôlable par des tubes à vide. Ce procédé présente l'inconvénient ordinaire des tensions élevées, celui d'exiger un isolement soigné des bobines d'alimentation. De plus, on peut difficilement espérer contrôler ainsi des puissances supérieures à 5 kW.

Aujourd'hui, les transistors de puissance permettent la commande de courants de plusieurs ampères et rendent ainsi possible, en principe, la construction d'alimentations stabilisées basse tension.

On peut, de cette manière, stabiliser des puissances très élevées, soit directement à partir du réseau d'alimentation après un redresseur, soit par l'intermédiaire d'une génératrice à courant continu [1]. Cette dernière solution est sans doute préférable si l'on vise des puissances de plusieurs dizaines de kilowatts car la génératrice peut être déjà régulée grossièrement.

Nous présentons ici une solution du premier type spécialement adaptée au cas du spectrographe à résonance nucléaire. Il est bien évident que les résultats obtenus seraient facilement transposables au cas de la génératrice à courant continu.

Pour rendre plus facile la compréhension de l'exposé, nous indiquerons, dans le chapitre I, le principe général de fonctionnementdu régulateur. Nous ferons ensuite une description des différents organes dans le chapitre II, en parlant tout d'abord de l'alimentation primaire à redresseurs. Nous examinerons ensuite l'élément régulateur et son organe de commande : l'amplificateur de puissance. Les deux chaînes de régulation aboutissant à l'entrée de cet amplificateur, nous examinerons séparément chacune d'entre elles en commençant par la chaîne principale de régulation de courant dont nous décrirons en détail chaque élément en commençant par l'entrée.

La coexistence des deux chaînes de régulation

crée des problèmes de stabilité que nous examinerons dans le chapitre III. Nous terminerons en étudiant les organes de sécurité rendus nécessaires par l'utilisation des transistors (chap. IV) puis nous donnerons les différents critères de stabilité que nous avons retenus (chap. V).

I. **Principe du régulateur** [2]. — L'installation que nous prendrons pour exemple est destiné à alimenter un électro-aimant de fabrication Beaudoin type 683 dont les enroulements montés en série-parallèle ont une résistance de 3,78 ohms. Le diamètre des pièces polaires est de 20 cm, l'entrefer est de 4 cm. Le champ obtenu pour un courant de 20 ampères est d'environ 11 500 Oe. C'est cette valeur de l'intensité que nous adopterons comme valeur maximum.

La régulation est obtenue par une chaîne de contre-réaction de courant agissant aux très basses fréquences et à la fréquence zéro et par une chaîne de contre-réaction de tension, active principalement aux fréquences élevées.

I.1. Alimentation primaire (*fig.* 1,1). — La tension continue est obtenue à partir du réseau triphasé non stabilisé. Elle est réglée de manière

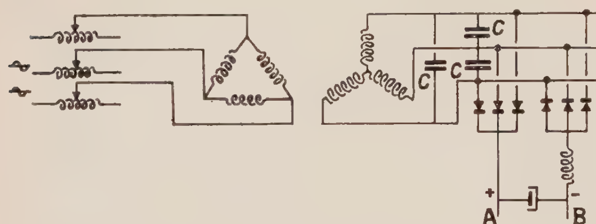


Fig. 1,1.

continue par un autotransformateur triphasé à curseur. Un transformateur d'isolement à couplage triangle-étoile permet d'obtenir la tension requise pour alimenter un électro-aimant de résistance donnée. Six diodes au silicium incorporé dans un montage de Graetz redressent la tension. L'ondulation dont la fréquence fondamentale est 300 Hz est partiellement absorbée par une cellule de filtrage. Les capacités C (1μF) protègent les diodes contre les surtensions au moment de la commutation.

I.2. Régulation du courant (*fig.* 1, 2). — On prélève une tension proportionnelle au courant aux bornes d'une résistance ρ qui est constituée par une bande de manganin immergée dans l'huile. Cette tension est comparée à une tension de référence obtenue par l'intermédiaire de piles au mercure à grande capacité et d'un montage potentiométrique. Les limites d'échauffement admissibles des transistors de puissance étant très strictes, il est nécessaire de limiter la chute de tension aux bornes des transistors régulateurs et par suite la puissance dissipée aux seules valeurs utiles pour compenser les fluctuations éventuelles de la tension du réseau et de la résistance de l'électro-aimant. La tension de référence doit donc être

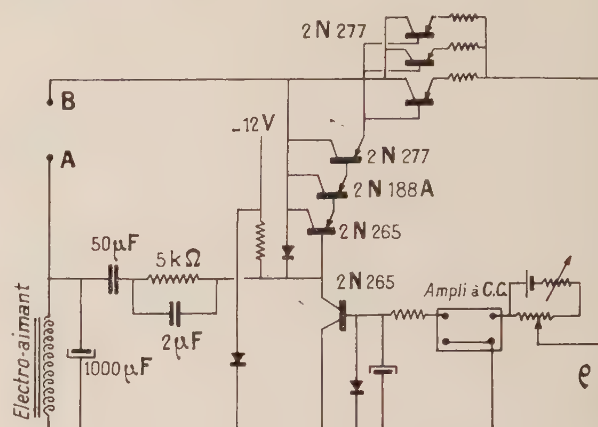


Fig. 1,2.

rendue proportionnelle à la tension d'alimentation. Nous avons obtenu ce résultat en couplant mécaniquement le potentiomètre de prélèvement à l'autotransformateur triphasé qui alimente le redresseur. Ces deux appareils sont montés sur le même axe et sont manœuvrés simultanément.

La différence entre la tension prélevée aux bornes de ρ et la tension de référence est ensuite amplifiée par un amplificateur à courant continu de gain 100 000 dont le bruit ramené à l'entrée est d'environ 3 μV entre 0 et 3 Hz. Cet amplificateur attaque un transistor à grand gain de courant (2N 265) par l'intermédiaire d'un circuit RC permettant de stabiliser le système en introduisant un affaiblissement convenable. Ce transistor dont l'émetteur est à la masse, attaque un amplificateur de puissance constitué par les transistors 2N 265, 2N 288 A, et 2N 277. L'élément régulateur est constitué par des transistors 2N 277 montés en parallèle.

La stabilisation du courant est obtenue en stabilisant la tension aux bornes de la résistance ρ. Ce procédé a l'avantage de ne mettre en jeu que de faibles tensions entre le collecteur et l'émetteur du transistor déphaseur. Une diode Zéner (11 Z 4) protège la jonction émetteur-base du transistor déphaseur contre les surtensions pouvant survenir lorsque le système décroche ou lors de la mise sous tension de l'amplificateur continu à lampes. Une diode Zéner de tension convenable limite la chute de tension dans les transistors régulateur en cas de surtensions trop importantes sur le réseau.

I.3. Régulation de tension. — La nécessité d'affaiblir rapidement, vers les hautes fréquences, le gain de la chaîne de régulation de courant pour éviter que le système oscille et pour limiter l'influence des tensions parasites induites dans le circuit d'entrée de l'amplificateur, rend indispensable une régulation de tension pour les fréquences supérieures à une dizaine de Hertz et en particulier pour les fréquences 50 et 300 Hz. Nous verrons par ailleurs (chap. IV) que cette chaîne de contre-réaction améliore aussi la stabilité globale du système.

Cette contre-réaction est obtenue très simplement par l'intermédiaire d'un condensateur de 50 μF qui relie une extrémité de l'enroulement de l'électro-aimant à la base du premier transistor de puissance. (Ceci est rendu possible grâce à l'impédance d'entrée élevée de cet amplificateur.) Cette liaison provoque, de plus, un affaiblissement du gain du transistor déphaseur aux fréquences élevées, par l'intermédiaire du condensateur de 1 000 μF placé aux bornes de l'enroulement de l'électro-aimant et contribue ainsi à la stabilité de l'alimentation.

II. **Description détaillée du régulateur.** — 2.1. L'alimentation primaire. — L'alimentation primaire est constituée par un auto-transformateur triphasé, réglable de manière continue de 0 jusqu'à la tension nominale du réseau. Il est suivi par un transformateur à couplage triangle-étoile donnant à son secondaire la tension finale convenable et d'un pont triphasé de diodes au silicium (pont de Graetz). Nous avons préféré un montage en pont

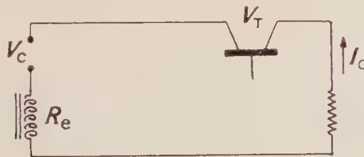


Fig. 2,1.

à un montage en étoile héxaphasé car ce dernier nécessite un surdimensionnement du transformateur (VA secondaire 1,85 I_c V_c au lieu de 1,05 I_c V_c, I_c et V_c courant et tension redressés). Il ne nous est pas apparu nécessaire d'utiliser un montage plus complexe (Duodécaphasé par exemple) car les déséquilibres inévitables entre les différents enroulements risquent d'introduire des tensions parasites supérieures aux tensions d'ondulation théoriques. Il est par ailleurs relativement facile de filtrer l'ondulation résiduelle à 300 Hz à l'aide d'une cellule de filtrage.

Soient I'_c et V'_c le courant et la tension continus à l'entrée de la cellule de filtrage, les caractéristiques du montage de Graetz sont les suivantes :

Courant efficace par diode	0,577 I'_c
Tension inverse de crête par diode	1,05 V'_c
Ondulation résiduelle (300 Hz) de crête (mesurée en prenant comme origine V_c) :	
Pics positifs	0,057 V'_c
Pics négatifs	0,077 V'_c
Tension efficace de phase au secondaire	0,428 V'_c
Courant efficace de phase au secondaire	0,816 I'_c
V. A. secondaires	1,05 I_1 V'_c

Circuit de filtrage. Les ondulations résiduelles de fréquence 300 Hz ont comme amplitude crête à crête 0,134 V_c, il est donc fort utile d'introduire un circuit de filtrage pour les réduire. On utilise un circuit LC donnant un affaiblissement d'environ 30 à 300 Hz. Voici les caractéristiques du filtre employé ici : self de 2 mH à 300 Hz, et condensateur de 4 000 μF. La résistance de la self doit être suffisamment faible pour que la chute de tension ne dépasse pas 1 % de la tension continue utile.

2.2. Élément régulateur. — L'élément régulateur est constitué par un certain nombre de transistors en parallèle ; il se comporte comme une force électromotrice variable qui croît lorsque la tension du réseau augmente ou lorsque la résistance de l'électro-aimant diminue ou décroît dans les cas contraires.

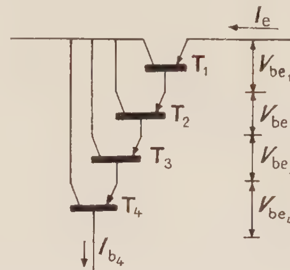


Fig. 2,2.

La puissance maxima dissipable dans chaque transistor est bien définie et constitue une limite stricte à respecter qui détermine le nombre de transistors à mettre en parallèle. Elle dépend des variations de la tension du secteur, des variations de la charge et de la tension résiduelle d'ondulation. Nous devons calculer la puissance maximale que l'élément régulateur devra dissiper dans les circonstances les plus défavorables mais il nous faut auparavant déterminer la tension de polarisation normale V_T des transistors régulateurs lorsque la tension du réseau et la résistance de l'électro-aimant ont leur valeur nominale.

Soient V_c et I_c la tension et le courant à la sortie de la cellule de filtrage, et R_e la résistance

de l'électro-aimant nous avons (*fig.* 2.1) en négligeant la résistance du shunt devant R_e

$$V_T = V_c - R_e I_c \qquad (2.1)$$

et par suite

$$\Delta V_T = \Delta V_c - I_c \Delta R_e, \qquad (2.2)$$

lorsque le régulateur maintient le courant constant.

Pour que le système régule lorsque la tension du réseau chute de n % et que la résistance de l'électro-aimant croît de m %, il faut que ΔV_T soit inférieur à la polarisation initiale des transistors régulateurs. Nous devons aussi tenir compte de la tension minimale e entre collecteur et émetteur pour que les transistors fonctionnent correctement et de la valeur de crête de l'ondulation négative. La tension de polarisation devra donc être au moins égale à :

$$V_T = \frac{n}{100} V_c + \frac{m}{100} I_c R_e + \frac{0.57}{100} p V_c + e, \qquad (2.3)$$

p étant la tension d'ondulation de crête à la sortie du filtre (en % de V_c). Dans le cas des transistors employés ici (2N 277) la tension e est au maximum de l'ordre de 0,8 V, les deux derniers termes de l'équation 2.3 sont donc en général assez petits devant les deux premiers termes.

Lorsque la tension du réseau augmente de n % et que la résistance de l'électro-aimant décroît de m % la tension aux bornes de l'élément régulateur augmente de :

$$\Delta V'_T = \frac{n}{100} V_c + \frac{m}{100} I_c R_e,$$

la tension totale aux bornes du régulateur sera donc dans le cas le plus défavorable :

$$V'_T = V_T + \frac{n}{100} V_c + \frac{m}{100} I_c R_e + \frac{0.43}{100} p V_c. \qquad (2.4)$$

La puissance maximale à dissiper sera donc :

$$W = \left[\frac{2n}{100} V_c + \frac{2m}{100} I_c R_e + (0{,}57 + 0{,}43) \frac{pV}{100} + e\right] I_c. \qquad (2.5)$$

En réalité la puissance dissipée due à l'ondulation positive serait égale à $0{,}43 \sqrt{2}\ p V_c I_c/100$ mais nous verrons que pour protéger l'élément régulateur, il est nécessaire de maintenir la tension totale au-dessous d'une valeur V'_T donnée par l'équation 2.4, en cas des surtensions notables c'est donc bien cette valeur qui intervient.

La mise en route de l'appareil se faisant progressivement à partir d'un courant nul, il est possible en faisant varier la tension de polarisation V_T de tenir compte de la variation de résistance de l'électro-aimant pendant la période transitoire d'échauffement. Nous pouvons donc admettre qu'une fois le régime permanent atteint les variations de résistance n'excèdent pas 1 %. Si les variations de la tension du réseau sont de ± 5 %, la puissance maximum à dissiper est alors égale, suivant la formule 2.5, à environ 12 % de la puissance totale fournie par le régulateur. Nous avons adopté cette valeur dans les régulateurs que nous avons construit. La tension V_T de polarisation donnée par l'équation 2.3 est égale, dans les mêmes hypothèses, à environ 6 % de la tension continue V_c. La tension maximale entre l'émetteur et le collecteur (V'_T) ne devra pas dépasser la tension maximale permise pour le type de transistor utilisé, il convient donc de choisir les transistors employés en fonction de cette donnée. Nous nous sommes arrêtés au type 2 N 277 de Delco dont la tension de claquage entre émetteur et collecteur est de 40 V. Cette tension est largement suffisante dans les alimentations basse-tension usuelles.

Puissance dissipée par un transistor : La puissance dissipée par un transistor est fonction de la température de jonction permise (95 °C pour le 2N 277), de la température ambiante et du gradient de température entre la jonction et le fluide de refroidissement. Pour des raisons de simplicité, nous avons adopté un refroidissement par air forcé mais il serait préférable, pour de grosses puissances, de refroidir le support des transistors par un liquide. Dans les appareils que nous avons construits nous avons vérifié que des transistors 2N 277, montés sur des plaques de cuivre de 2 mm d'épaisseur et ayant une surface de 900 cm² peuvent dissiper 40 W lorsque la température ambiante est de 30 °C et que la vitesse de l'air de refroidissement est de 3 M/s. Les plaques placées verticalement sont peintes en noir mat et sont distantes de 5 cm.

Résistances d'équilibrage : Les caractéristiques des transistors présentant aujourd'hui encore une dispersion notable, il est avantageux en pratique, de brancher une résistance en série dans chaque émetteur pour équilibrer les courants des transistors en parallèle. Nous nous sommes laissés guider par les conseils du constructeur (Delco) dont nous avons vérifié le bien-fondé. La valeur de la résistance doit être choisie pour que la chute de tension à ses bornes soit de l'ordre du volt pour le courant maximum ; les courants sont alors équilibrés à mieux que 10 % près. Compte tenu de cette indication, il est préférable d'éliminer les transistors dont les caractéristiques sont trop éloignées des valeurs normales plutot que d'augmenter la valeur de la résistance.

2.3. Amplificateur de puissance. — Le schéma général du régulateur (*fig.* 1.2) montre que le signal d'erreur est d'abord amplifié par un amplificateur continu à tubes à vide, puis par un étage à transistors. La puissance disponible à la sortie

de cet étage est nettement insuffisante pour commander directement l'élément régulateur. Il est donc nécessaire d'intercaler un amplificateur de puissance. Cet amplificateur est constitué par des transistors (de puissance croissante de l'entrée vers la sortie) utilisés dans un montage à collecteur commun et placés en cascade, l'impédance d'entrée de l'un servant de résistance de charge à l'autre (*fig.* 2.2).

Pour déterminer les caractéristiques du quadripôle ainsi constitué, on pourrait faire le produit des mat rices caractéristiques de chaque étage c'est-à-dire de chaque transistor mais il s'est avéré plus simple de déterminer directement les paramètres intéressants qui sont le gain en courant et l'impédance d'entrée.

Nous appellerons b_1, b_2, b_3 et b_4 les gains en courant de chaque étage, c'est-à-dire le rapport du courant émetteur au courant de base et z'_1, z'_2, z'_3, z'_4 les impédances d'entrée, c'est-à-dire le rapport de la tension émetteur-base au courant de base.

Le courant d'émetteur I_e de T_1 (voir *fig.* 2.2) est égal à b_1 fois le courant de base de T_1. Le courant émetteur de T_2 étant égal au courant de base de T_1, le courant de base de T_2 à donc pour valeur $I_e/b_1\, b_2$. En opérant ainsi de proche en proche, on voit que le gain total en courant de l'amplificateur est égal à :

$$I_e/I_{b4} = B = b_1 . b_2 . b_3 . b_4. \qquad (2.6)$$

L'impédance d'entrée de l'amplificateur est définie comme le rapport de la tension entre la base de T_4 et l'émetteur de T_1 et le courant de base de T_4. Nous avons :

$$V_{be1} = z_1\, I_e/b_1$$
$$V_{be2} = z_2\, I_e/b_1\, b_2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$V_{be4} = z_4\, I_e/b_1\, b_2\, b_3\, b_4,$$

La tension entre la base de T_4 et l'émetteur de T_1 est donc égale à :

$$V_{41} = V_{be4} + V_{be3} + V_{be2} + V_{be1},$$

nous avons donc :

$$V_{41} = z_4\, I_e/b_1\, b_2\, b_3\, b_4 + z_3\, I_e/b_1\, b_2\, b_3 + z_2\, I_e/b_1\, b_2 + z_1\, I_e/b_1.$$

L'impédance d'entrée est égale à :

$$Z = B\left[\frac{z_4}{b_1\, b_2\, b_3\, b_4} + \frac{z_3}{b_1\, b_2\, b_3} + \frac{z_2}{b_1\, b_2} + \frac{z_1}{b_1}\right]. \qquad (2.7)$$

Les caractéristiques des transistors présentant une dispersion notable et variant de plus avec le courant de fonctionnement choisi, il est inutile de vouloir calculer avec précision la valeur de Z et de B. Nous nous sommes contentés de calculer ces valeurs pour le courant maximum choisi en faisant les approximations suivantes :

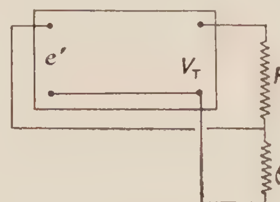


Fig. 2,3.

a) les impédances d'entrées z_1, z_2, z_3, z_4 sont égales au paramètre hybride h_{11} des transistors dans le montage émetteur à la masse ;

b) les gains en courant dans le montage émetteur à la masse et du collecteur à la masse sont égaux et ne dépendent pas de la résistance de charge de l'étage. On a adopté comme valeur, le gain en courant dans le montage émetteur à la masse, la sortie étant en court-circuit. Le gain en courant A'_1 étant donné par la formule :

$$A'_1 = \frac{h'_{21}}{Rh'_{22} + 1}.$$

Cette approximation suppose que le produit Rh'_{22} est négligeable devant 1. Ce qui est ici le cas.

Pour la chaîne que nous avons utilisée et qui comporte 6 transistors 2 N 277 dans l'élément régulateur et les transistors 2 N 277, 2N 188 A et 2N 265 dans l'amplificateur de puissance, le gain en courant B est d'environ 15 10^6 pour un courant I_c de 20 A, et l'impédance d'entrée Z à pour valeur 3,4 10^5 ohms. Nous avons rassemblé les éléments nécessaires au calcul dans le tableau ci-dessous.

	6-2N277	2N277	2N188A	2N265
b	60	60	60	70
$h'_{11\Omega}$	5/6	8	1 100	20 000

Ces valeurs ont été déduites des caractéristiques données par les fabricants de transistors [5] mais n'ont pas été mesurées directement. Elles sont très imprécises et ne fournissent qu'un ordre de grandeur.

2.4. Contre-réaction principale. — Maintenir le courant de l'électro-aimant constant revient à maintenir la tension aux bornes de la résistance ρ constante. On prélève donc une tension aux bornes de ρ et par l'intermédiaire d'un amplificateur à courant continu on asservit l'élément régulateur pour que cette tension soit égale à une tension de référence bien déterminée. La chaîne est donc constituée par la résistance ρ, une tension de référence, et un amplificateur à courant continu. Ce dernier étant constitué par un amplificateur à tubes

à vide et par un amplificateur à transistor. Nous examinerons séparément ces différents éléments, puis nous calculerons le gain total de la chaîne.

2.4.*a*) *Résistance série* ρ : L'égalité de la tension aux bornes de ρ et de la tension de référence ne peut être obtenue que dans la mesure où le bruit ramené à l'entrée de l'amplificateur n'est pas supérieur à la différence de ces deux tensions. On peut admettre que la limite absolue de stabilité est obtenue lorsque le signal résiduel de fluctuation est égal au bruit. Cette limite ne dépend donc, lorsque le gain de l'amplificateur est suffisamment grand que de la qualité de l'amplificateur. La variation minimum de courant décelable est égale à :

$$i = e/\rho,$$

e étant la tension équivalente de bruit de l'amplificateur ramenée à l'entrée. La valeur de la résistance série ρ est donc déterminée par le bruit de l'amplificateur et par la stabilité désirée pour une valeur du courant déterminée.

Nous nous sommes fixés une stabilité de 10^{-5} pour un courant de 10 A, la tension de bruit de l'amplificateur utilisé étant de l'ordre de 3 μV crête à crête de 0 à 3 Hz, la résistance ρ est égale à 0,03 ohms. Nous avons adopté cette valeur dans les stabilisateurs dont le courant maximum est 20 A. Il est nécessaire lorsqu'on veut obtenir des stabilités du même ordre aux faibles intensités de réaliser un shunt à prises multiples car l'énergie à dissiper risque d'être trop importante lorsque l'intensité est maximale. Les dérives thermiques sont alors prépondérantes et la stabilité théorique n'est pas atteinte.

La puissance dissipée, lorsque l'intensité est maximale, est assez importante (12 W dans l'exemple choisi) pour un élément dont la stabilité intervient directement dans la stabilité du courant ; c'est le principal inconvénient des alimentations stabilisées à courant élevé. Il faut dont évacuer rapidement les calories pour que la température de la résistance ρ n'augmente pas de manière excessive. Elle est constituée par une bande de manganin de 1 mm d'épaisseur, de 2 cm de largeur et de 100 cm de longueur (coefficient de température 2.10^{-5}/°C). On obtient la résistance désirée en effectuant des stries transversales suivant la méthode habituellement pratiquée.

Cette résistance est placée dans une cuve contenant environ 8 litres d'huile, la surface efficace de la cuve est de 2 400 cm². L'échauffement de la cuve est d'environ 6,5 °C, celui de la résistance d'environ 5 C°. pour un courant de 20 A. La stabilité atteinte pendant la période thermique transitoire ne dépasserait donc pas 2,3 10^{-4} si nous n'avions pris soin de modifier en même temps la température de la pile de référence. Les variations de la force électromotrice de la pile sont d'environ 2,5 10^{-5} par °C, nous pouvons ainsi compenser, tout au moins partiellement, les dérives thermiques en portant la pile à la température de l'huile. Ce résultat est obtenu en plaçant la pile dans un puits solidaire du couvercle de la cuve, dont les parois baignent dans l'huile.

2.4.*b*) *Tension de référence :* Dans les alimentations stabilisées à lampes de faible puissance il est possible, sans modifier la tension de référence, de faire varier la tension de sortie en provoquant une chute de tension plus ou moins importante dans l'élément régulateur. Dans une alimentation où la puissance contrôlée est importante, la marge possible est très faible car la puissance que l'on peut dissiper est sévèrement et précisément limitée. Il est donc nécessaire de faire varier à la fois la tension d'alimentation et la tension de référence. Nous obtenons ici ce résultat en couplant mécaniquement un potentiomètre à l'autotransformateur triphasé à curseur. Ce potentiomètre est alimenté par une pile au mercure de grande capacité (14 A/H). Le courant qui le traverse est donc pratiquement constant et la tension de référence ainsi obtenue est très stable dans le temps.

La tension de référence doit non seulement équilibrer la tension aux bornes du shunt mais aussi fournir la tension de polarisation des transistors régulateurs (V_T). La tension correspondante à introduire à l'entrée de l'amplificateur peut être calculée en considérant le système comme un amplificateur de tension dont le gain est fixé par le rapport de la résistance de contre-réaction à la résistance totale du circuit (*fig.* 2.3). Soit donc e' cette tension nous avons :

$$V_T/e' = R/\rho.$$

La tension e à l'entrée de l'amplificateur sera finalement égale à :

$$e = V_T \frac{\rho}{R} + \rho I.$$

La tension V_T étant fonction de la tension V_c et par suite du courant, il suffit de rendre la tension e proportionnelle au courant I_c pour que cette égalité soit toujours réalisée. On obtient donc un courant stable quelle que soit l'intensité de fonctionnement choisie, sans aucun réglage particulier. Le courant qui traverse le potentiomètre est commandé par l'intermédiaire de deux résistances variables qui permettent de faire un réglage fin du courant en modifiant légèrement la chute de tension aux bornes des transistors régulateurs.

La résistance totale du potentiomètre doit être suffisamment grande pour que la pile débite très peu, mais elle doit être faible devant l'impédance d'entrée de l'amplificateur. Cette résistance dans le cas d'un amplificateur Kintel que nous avons choisi comme premier amplificateur est de

100 000 ohms, nous avons donc pris un potentiomètre dont la résistance totale est de 10 000 ohms. La résistance totale du circuit de pile pour $\rho = 0{,}03\ \Omega$, $R = 4\ \Omega$, $V_T = 4{,}8$ V et $I_c = 20$ A. (f. é. m. de la pile 1,35 V) est d'environ 21 300. La variation de la tension provoquée par la polarisation est alors inférieure 10^{-5} par heure.

Nous avons pris soin de placer les résistances de réglage dans la cuve contenant la résistance ρ pour les protéger contre les champs parasites. La pile est mise en service à l'aide d'un relais alimenté en courant continu et placé au voisinage immédiat de la pile.

Remarque : Nous avons récemment construit une alimentation de forte puissance (7 kW) destinée à alimenter un électro-aimant identique au précédent (Par. I). La variation de température de l'électro-aimant étant alors notable, il s'est avéré utile de pouvoir découpler l'autotransformateur du potentiomètre fournissant la tension de référence. Il est alors possible de faire varier la tension d'alimentation et de compenser ainsi la variation de résistance des enroulements pendant la période d'échauffement, sans modifier la valeur du courant. Nous avons obtenu ce résultat au moyen d'un embrayage électro-magnétique.

2.4.c) *Amplificateur continu a faible bruit :* La puissance dissipée par ρ devant être réduite pour éviter les échauffements, il est nécessaire d'utiliser un amplificateur dont la tension de bruit ramenée à l'entrée soit faible. Notre choix s'est arrêté sur l'amplificateur Kintel dont la tension de bruit est de 3 µV crête à crête de 0 à 3 Hz. Cette tension augmente légèrement avec la fréquence (10 µV crête à crête de 0 à 750 Hz) mais la self de l'électro-aimant intervenant, la stabilité n'en est pas affectée. Le gain maximal en tension est de

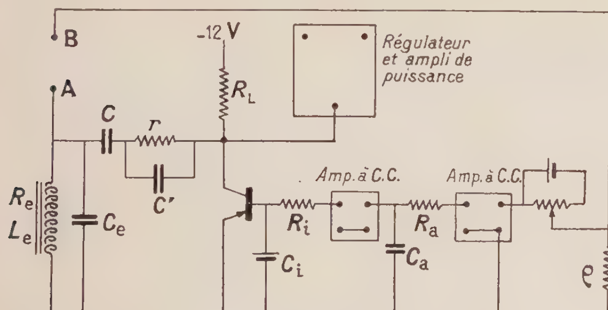


FIG. 2,4.

2 000, il est constant à 0,3 d*B* près de 0 à 10 kHz.

Cet amplificateur est suivi d'un amplificateur différentiel à tube à vide de gain 50, dont le bruit ramené à l'entrée est d'environ 3 mV. Son gain est constant de 0 jusqu'à 8 kHz.

Les fluctuations de fréquences élevées n'étant pas corrigées par cette chaîne, nous avons introduit le circuit R_a, C_a pour provoquer un affaiblissement et éviter la saturation du deuxième amplificateur (*fig.* 2.4).

2.4.*d*) *Étage séparateur-amplificateur à transistor :* Nous avons, pour augmenter le gain et obtenir une phase convenable, intercalé entre la sortie du deuxième amplificateur à lampes et l'entrée de l'amplificateur de puissance à transistors, un étage séparateur-amplificateur. Cet étage qui utilise un transistor à grand gain de courant (2N 265) dans un montage émetteur à la masse sert aussi à isoler la sortie de l'amplificateur à lampes (de faible impédance de sortie) du condensateur utilisé pour la contre-réaction de tension. Il est précédé d'un réseau intégrateur ($R_i\,C_i$) introduit pour assurer la stabilité du régulateur.

L'impédance de sortie de l'étage croît avec la fréquence car l'impédance du générateur constitué par le réseau $R_i\,C_i$ est une fonction décroissante de la fréquence. Il nous suffit de savoir, pour la suite de cet exposé, qu'elle est grande devant la résistance R_L.

L'impédance d'entrée est donnée en fonction des paramètres hybrides par la relation :

$$R_T = \frac{h'_{11} + \Delta h'\,Z_L}{1 + h'_{22}\,Z_L},$$

Z_L a ici pour valeur en notation symbolique (*fig.* 2.4)

$$Z_L = R_L \frac{rCp + 1}{(R_L\,Cp + 1)\,(rC'p + 1)},$$

(On néglige la résistance de l'électro-aimant R_e et la capacité C_e devant r et C, rC' et rC devant $R_L\,C$ et rC' devant rC.)

L'impédance d'entrée varie donc avec la fréquence mais atteint très rapidement sa valeur maximum (10 kΩ). Cette valeur est atteinte à 1 Hz pour un courant émetteur de 0,1 mA avec $r = 5$ kΩ, $C = 50$ µF et $R_L = 50$ kΩ. Elle est égale à 6 000 Ω à la fréquence 0 dans les mêmes hypothèses.

Le gain en tension de l'étage est donné par la relation :

$$G_v = \frac{h'_{21}\,Z_L}{h'_{11} + \Delta h'\,Z_L},$$

$\Delta h'\,Z_L$ est négligeable devant h'_{11} dans le cas pratique qui nous intéresse, nous savons donc :

$$G_v = \frac{h'_{21}}{h'_{11}}\,Z_L = Z_L/a = \frac{R_L\,(rCp + 1)}{a(pCR_L + 1)\,(rC'\,p + 1)}.$$

Le gain est égal à environ 340 en courant continu pour une résistance R_L de 50 kΩ

2.4.*e*) *Calcul du gain en courant de la chaîne principale :* La tension appliquée à l'entrée de l'amplificateur de puissance est égale à

$$V_b = \frac{k\rho I_c}{a} \frac{R_L R_T (rCp + 1)}{(pCR_L + 1)(pR_i R_T C_i + R_T + R_i)} \frac{1}{(pR_a C_a + 1)(prC' + 1)},$$

k est le gain de l'amplificateur à lampes (100 000), R_T est la résistance d'entrée de l'étage séparateur. La bande passante des amplificateurs à lampes est suffisamment large pour ne pas intervenir dans ce calcul.

Le courant d'entrée de l'amplificateur de puissance est égal à :

$$I_b = V_b/Z$$

Le gain en courant de la chaine est donc égal à :

$$G_i = \frac{kB\rho}{aH} \times \frac{R_T R_L (rCp + 1)}{(pCR_L + 1)(pR_i R_T C_i + R_T + R_i)(pR_a C_a + 1)(prC' + 1)}.$$

Les courbes 1 et 1′ de la figure 2.5 représentent, en amplitude et en phase, les variations de G_i en fonction de la fréquence ; les valeurs numériques sont alors les suivantes : $R_L = 50$ kΩ, $r = 5$kΩ, $R_i = 1$ kΩ, $C = 50$ µF, $C_i = 5\,000$ µF. $C' = 2$ µF.

2.5. Contre-réaction secondaire. — Il est possible d'obtenir un fonctionnement correct du stabilisateur en n'introduisant que la chaîne de contre-réaction précédente. Toutefois, la loi d'affaiblissement est telle que les fluctuations à 50 Hz et à 300 Hz qui sont encore importantes, ne sont que très faiblement compensées. Pour remédier à cette situation nous avons introduit une seconde chaîne de contre-réaction. Ce résultat a été obtenu simplement en prélevant une tension proportionnelle à la fluctuation directement aux bornes de l'électro-aimant et en l'injectant à l'entrée de l'amplificateur de puissance, par l'intermédiaire de condensateur C (*fig.* 2.4). La tension V'_b due à cette liaison, à l'entrée de l'amplificateur de puissance avec les mêmes approximations que dans le paragraphe précédent, est égale à :

$$V'_b = \frac{pR_L C(pL_e + R_e)}{(pR_L C + 1)[pC_e(pL_e + R_e) + 1]} I_c,$$

le gain en courant qui en résulte est donné par l'expression :

$$G'_i = \frac{B}{Z} \cdot \frac{pR_L C(pL_e + R_e)}{(pR_L C + 1)[pC_e(pL_e + R_e) + 1]}.$$

En réalité, la self de l'électro-aimant variant rapidement avec la fréquence le gain théorique ne peut pas être calculé directement en assimilant L_e à une valeur constante moyenne. Il faudrait insérer dans la formule les valeurs mesurées de L_e. Nous avons préféré mesurer directement V'_b à différentes fréquences et nous en avons déduit le gain G'_i :

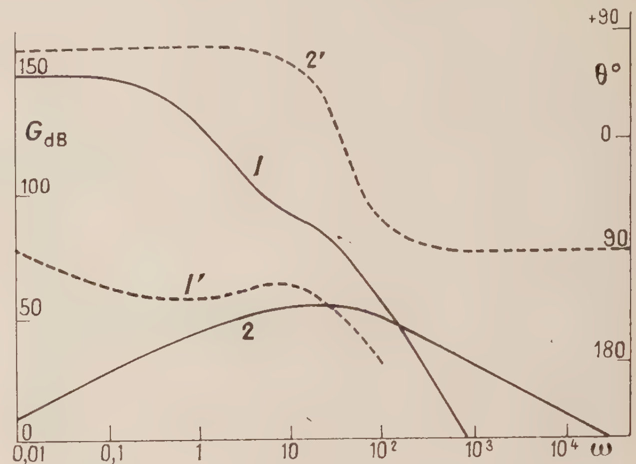


Fig. 2,5.

Les courbes 2 et 2′ de la figure 2.5 représentent les variations de l'amplitude et de la phase de G'_i en fonction de la fréquence pour l'électro-aimant dont nous avons donné les caractéristiques dans le chapitre 1. La capacité C_e a pour valeur 1 000 µF, les autres valeurs numériques sont identiques à celles données dans le paragraphe précédent.

Remarque : Il peut être nécessaire d'augmenter le gain de cette chaîne suivant l'électro-aimant utilisé. Dans notre cas, la simple liaison par condensateur s'est avérée suffisante pour la stabilité que nous nous étions fixée.

III. **Stabilité.** — Les deux chaînes de contre-réaction étant indépendantes, nous pouvons considérer que la tension à l'entrée de l'amplificateur de puissance est égale à la somme des deux tensions V_b et V'_b définies dans le chapitre précédent. Le gain total est donc égal à la somme des gains G_i et G'_i, à condition toutefois de faire la somme vectorielle des vecteurs qui les représentent.

La figure 3.1 représente les variations de l'amplitude et de la phase de G. Nous voyons que G_i contribue efficacement à la stabilité en avançant la phase du vecteur G à partir d'une dizaine de Hz. Nous voyons de même en traçant dans le plan complexe le lieu de l'extrémité du vecteur G (*fig.* 3.2) que le système peut devenir instable lorsque le gain G_i diminue. Il se peut en effet qu'à une certaine fréquence, l'extrémité du vecteur G_i se trouve dans le premier quadrant et que l'amplitude de G'_i, qui se trouve dans le troisième quadrant ne soit pas suffisante pour maintenir le vecteur somme dans le troisième quadrant ; le vecteur G

passerait alors dans le deuxième quadrant et le système deviendrait instable (courbe en pointillés de la figure 3.2).

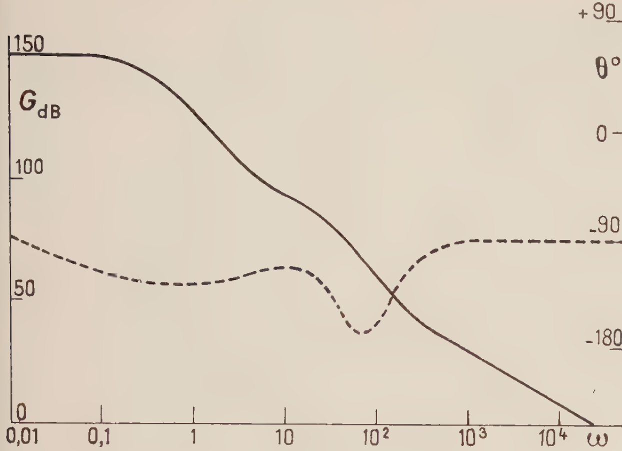


Fig. 3.1.

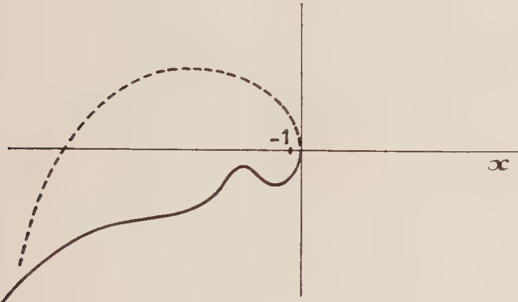


Fig. 3,2.

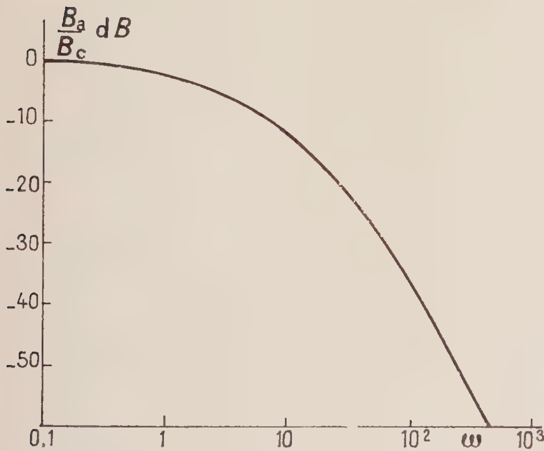


Fig. 3,3.

Nous avons jusqu'à présent considéré le gain en courant en ne tenant compte que du courant total circulant dans le circuit, en réalité, lorsque la fréquence croît, la self de l'électro-aimant intervient et le courant circulant dans l'électro-aimant est bien inférieur au courant total dont la plus grande partie circule dans le condensateur C_e. C'est un élément favorable dont il faut tenir compte

La présence de pièces métalliques massives exerce aussi un effet de contre-réaction par élément passifs qui vient diminuer l'amplitude des variations d'induction liées à une même variation d'amplitude du courant lorsque la fréquence de celles-ci augmente.

La figure 3.3 représente le rapport de l'induction continue à l'induction alternative en fonction de la fréquence pour un courant de crête constant. La capacité aux bornes de l'électro-aimant a pour valeur 1 000 μF.

IV. **Protections.** — Les transistors étant particulièrement sensibles aux surcharges, il est indispensable d'assurer leur protection en cas de surcharges accidentelles.

La diode Zener (11 Z 4) (*fig.* 1.2) dont la tension de régulation est d'environ 4 V protège la jonction émetteur-base du transistor de l'étage séparateur contre les surtensions positives ou négatives à la sortie de l'amplificateur à lampes. Ces surtensions peuvent se produire pendant la période de chauffage des lampes ou lorsque, pour une cause accidentelle, la régulation n'agit plus.

En marche normale la tension aux bornes de là diode est légèrement négative (polarisation des transistors régulateurs) toutes surtensions positives et toutes surtensions négatives supérieures à 4 V rendent la diode conductrice ce qui provoque une chute de tension importante dans la résistance R_i. La tension émetteur-base du transistor ne dépasse donc pas les limites maximum admises.

De la même façon, les transistors régulateurs sont protégés en maintenant, en cas de surtensions trop importantes sur le réseau, la tension émetteur collecteur au-dessous d'une valeur limite déterminée par la puissance maximum dissipable. La valeur de la tension de Zener de la diode doit être calculée en tenant compte de la valeur de crête de l'ondulation positive résiduelle à la sortie de l'alimentation primaire.

Soit V_Z la tension de Zener, nous avons

$$V_Z = V_{41} + V_T.$$

V_{41} est la tension entre la base du dernier transistor de l'amplificateur de puissance et les émetteurs des transistors régulateurs. (Voir paragraphe 2.2.)

Nous pouvons donc déterminer la tension de Zener lorsque la tension maximum V_T entre collecteur et émetteur des transistors régulateurs est fixée.

V. **Résultats.** — Les fluctuations de tension observées à l'oscilloscope et mesurées aux bornes

de l'électro-aimant ne dépassent pas 20 mV crête à crête pour un courant de 20 A. Elles sont principalement composées de fluctuations de fréquences

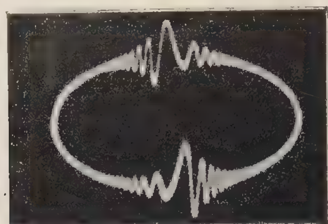


Fig. 5,1.

50 Hz résultant du déséquilibre existant entre les tensions triphasées.

A l'aide d'un appareillage à résonance nucléaire construit par Fric et Hahn nous avons pu observer le phénomène de Gooden-Gabillard (*fig.* 5.1) pour les protons de l'eau avec un balayage en fréquence à 80 Hz. L'apparition de ce phénomène laissait déjà prévoir une stabilité du champ dans le temps, supérieure à 10^{-5} par seconde.

En utilisant un spectrographe à résonance nucléaire piloté par quartz construit par L. Guibe nous avons déterminé une stabilité de 2 10^{-5} pendant une heure, après une période de chauffage d'environ 1/2 heure. Le champ était de 7 000 gauss pour un courant de 14 A.

Une autre méthode élaborée par Fric et Hahn [5] et mettant en œuvre un maser à courant d'eau imaginé par Benoît [6] confirme les résultats précédents.

Nous avons pu, en outre, contrôler la stabilité à court terme à l'aide d'un fluxmètre photoélectrique [7] qui nous donnait directement les fluctuations du champ dans l'entre-fer pour des fréquences de fluctuation comprises entre 0,01 Hz et 60 Hz.

Manuscrit reçu le 1er avril 1960.

RÉFÉRENCES

[1] Carwin (R. L.), Hutchinson (D.), Penman (S.) et Shapiro (G.), *Rev. Sc., Inst.*, 1959, **30**, 2, 105-107.
[2] Sauzade (M.), *C. R. Acad. Sc.*, Paris, 1959, **248**, 205-207.
[3] Documentation Delco et Thomson-Houston.
[4] Fric (C.) et Hahn (H.), *C. R. Acad. Sc.*, Paris, 1960, **250**, 1471-1473.
[5] Fric (C.) et Hahn (H.), *C. R. Acad. Sc.*, Paris, 1960, **250**, 680-682.
[6] Benoit (H.), *Thèse*, Paris, 1959.
[7] Sauzade (M.), *C. R. Acad. Sc.*, Paris, 1958, **246**, 727-750.

SUPPLÉMENT AU N° 11.
TOME 21, NOVEMBRE 1960, PAGE 171 A.

ÉLARGISSEMENT D'UN FAISCEAU D'ÉLECTRONS PAR LA CHARGE D'ESPACE

Par MICHEL BOIVIN,
Laboratoire de Chimie Physique de la Faculté des Sciences de Paris.

Résumé. — Nous avons établi une formule de récurrence qui permet de calculer l'élargissement d'un faisceau d'électrons par la charge d'espace. Nous avons appliqué cette relation dans le cas d'un accélérateur d'électrons de 1 MeV, et vérifié que les résultats sont en bon accord avec l'expérience.

Abstract. — We have developed a recurrence formula for the computation of the widening of an electron beam by the space charge. The application of this formula has been found to be in agreement with experiments we have made with a 1 MeV electron accelerator.

La méthode utilisée est celle dite « de perturbation », d'un emploi fréquent pour le calcul des aberrations en optique électronique. A notre connaissance, elle n'a jamais servi à chiffrer l'aberration de charge d'espace.

Si on remplit les conditions de Gauss, l'équation des trajectoires électroniques, dans un champ électrique de révolution, est :

$$r''\Phi + (1/2)\ \Phi' r' + (1/4)\ \Phi'' r = 0 \qquad (1)$$

où Φ est le potentiel le long de l'axe de révolution z et r la distance de la trajectoire à l'axe.

Il est habituel de calculer deux trajectoires particulières : v et u telles que :

$$u_0 = 1 \qquad u'_0 = 0$$
$$v_0 = 0 \qquad v'_0 = 1.$$

Si le courant transporté par le faisceau d'électrons n'est pas trop important, on peut négliger la variation de potentiel correspondant à la charge d'espace et ne tenir compte que de la modification du champ radial.

L'équation des trajectoires devient dans ce cas :

$$R''\Phi + (1/2)\ R'\Phi' + (1/4)\ R\Phi'' = -\ R\rho/4\varepsilon \qquad (2)$$

ρ = densité de courant dans le faisceau,
ε = constante diélectrique du vide.

Pour simplifier le problème, on néglige les vitesses initiales des électrons. Les trajectoires sont alors perpendiculaires à la cathode et ne se croisent jamais avant le « cross over ». Considérons :

a) La trajectoire marginale lorsque la charge d'espace est négligée : r_e

r_e est solution du système d'équations

$$\begin{cases} r_e\ \Phi'' + (1/2)\ r'\ \Phi' + (1/4)\ r_e\ \Phi'' = 0 \\ (r'_e)_{z=0} = 0 \\ (r_e)_{z=0} = r_c \end{cases} \qquad (3)$$

r_c étant le rayon de la cathode.

b) La trajectoire marginale en présence de charge d'espace : R_e

R_e est solution du système d'équations :

$$\begin{cases} R_e\ \Phi'' + (1/2)\ R'_e\ \Phi' + (1/4)\ R''_e\ \Phi = -\ R_e\ \rho/4\varepsilon \\ (R'_e)_{z=0} = 0 \\ (R_e)_{z=0} = r_c. \end{cases} \qquad (4)$$

Nous allons chercher à calculer la différence $h = R_e - r_e$, qui correspond à l'élargissement du faisceau. Nous supposerons que la densité de courant dans le faisceau est indépendante de la position radiale à l'intérieur du faisceau. Dans ce cas, cette densité à l'intérieur d'un faisceau à symétrie axiale est :

$$\rho = -\ I/\pi\ R^2\ V$$

en notant I l'intensité du courant et V la vitesse des électrons
mais $(1/2)\ mV^2 = e\Phi$.

Posons $e/m = \beta$ d'où

$$\rho = I/\pi\sqrt{2}\ \beta^{1/2}\ \Phi^{1/2}\ R.$$

Le second membre de l'équation (4) devient :

$$-\ R_e\ \rho/4\varepsilon = I/4\pi\varepsilon\sqrt{2}\ \beta^{1/2}\ \Phi^{1/2}\ R_e.$$

La solution générale de l'équation (1) est de la forme

$$r = a_1\, u + a_2\, v.$$

Pour résoudre l'équation (2) nous poserons $-\ R\rho/4\varepsilon = f(z)$, en supposant cette fonction connue.

Nous sommes ainsi ramenés à une équation différentielle linéaire du deuxième ordre avec second membre, que l'on résout par la méthode de variation des contantes.

$$R = A_1\, u + A_2\, v - u_z \int_0^z \frac{fv}{\Phi D}\, dz + v_z \int_0^z \frac{fu}{\Phi D}\, dz$$

avec $D = uv' - vu'$ mais $D\sqrt{\Phi}$ = constante d'où

$$\sqrt{\Phi_0}(u_0\, v'_0 - v_0\, u'_0) = \sqrt{\Phi}(uv' - vu')$$

au plan $z = 0$ — en un plan z quelconque

et $$D = \sqrt{\Phi_0/\Phi}$$

Φ_0 : voltage équivalent à la vitesse initiale des électrons la plus probable.

Si l'on choisit pour R et r les mêmes conditions initiales :

$$R_0 = r_0 = r_c$$
$$R'_0 = r'_0 = 0.$$

On obtient :

$$A_1 = a_1 \qquad A_2 = a_2$$
$$R = R_e \qquad r = r_e$$

d'où la valeur cherchée :

$$h = R_e - r_e = v_z \int_0^z fu/\Phi D \, dz - u_z \int_0^z fv/\Phi D \, dz$$

avec

$$D = \sqrt{\Phi_0/\Phi} \text{ et } f = I/4\pi\varepsilon\sqrt{2}\ \beta^{1/2}\ \Phi^{1/2}\ R_e$$
$$\frac{f}{\Phi D} = \frac{I}{4\pi\varepsilon\sqrt{2}\ \beta^{1/2}\ \Phi_0{}^{1/2}} \cdot \frac{1}{\Phi R_e}.$$

Posons

$$I/4\pi\varepsilon\sqrt{2}\ \beta^{1/2}\ \Phi_0^{1/2} = K$$
$$h = R_e - r_e = K\left[v_z \int_0^z \frac{u}{\Phi R_e} dz - u_z \int_0^z \frac{v}{\Phi R_e} dz\right]$$

mais $R_e = r_e + h$ et $r_e = ur_c$

$$h = K\left[v_z \int_0^z \frac{u}{\Phi(ur_c + h)} dz - u_z \int_0^z \frac{v}{\Phi(ur_c + h)} dz\right]$$
$$h = K \int_0^z \frac{v_z\ u - u_z\ v}{\Phi(ur_c + h)} dz$$

équation que l'on résout par itération

Cette méthode a été utilisée lors de l'étude d'un accélérateur d'électrons de 1 MeV (*). Ce tube accélérateur est constitué par un empilement d'électrodes étudiées de façon à réaliser un champ axial aussi constant que possible, d'un filament et d'un wehnelt qui permet de régler l'intensité et l'ouverture du faisceau.

Après avoir calculé les trajectoires « u » et « v » nous avons évalué l'influence de la charge d'espace sur les dimensions du « cross over ».

Le calcul a été fait pour un courant de 1 mA et une tension totale de 500 kV. Le rayon de la cathode était de 2 mm.

Soit Z_c la position de ce « cross over »

$$h_{z_c} = K \cdot \int_0^{z_c} \frac{v_{z_c} u - u_{z_c} v}{\Phi(ur_c + h)} dz$$

mais $u_{z_c} = 0$ puisque $u_0 = 1$ et $u'_0 = 0$, d'où

$$h_{z_c} = Kv_{z_c} \cdot \int_0^{z_c} \frac{u}{\Phi(ur_c + h)} dz.$$

Nous avons trouvé une première valeur par excès de h_{z_c} en faisant dans l'intégrale $h = 0$, valeur que nous avons reportée dans l'intégrale.

Les valeurs trouvées ont été les suivantes :

7,7 mm	1,97 mm
4,8 mm	3,05 mm
3,92 mm	

Les valeurs encadrant la valeur réelle de h_{z_c} étant donc 3,92 mm et 3,05 mm. Ces valeurs sont en bon accord avec l'expérience.

Ce travail a été effectué dans le cadre de la préparation d'une thèse d'ingénieur C. N. A. M. au Laboratoire de Chimie Physique de la Faculté des Sciences de Paris, sous la Direction de Mlle Y. Cauchois.

J'adresse mes sincères remerciements à MM. Bruck et Wendt pour leurs précieux conseils.

Manuscrit reçu le 29 mars 1960.

(*) On trouvera la description détaillée du montage et de ses conditions types de fonctionnement dans le *Journal de Physique et le Radium*, décembre 1959, **20**, 110 A.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 11.
TOME 21, NOVEMBRE 1960, PAGE 173 A.

UN ENREGISTREUR HODOSCOPIQUE SIMPLE

Par D. TINTURIER,
Laboratoire de Physique Corpusculaire, Faculté des Sciences, Caen.

Résumé. — Un enregistreur commercial utilisant le principe du tracé sec sur papier métallisé a été modifié et adapté à l'enregistrement des événements détectés par un montage hodoscopique de compteurs Geiger-Müller.

L'ensemble est simple, de fonctionnement sûr, ne nécessite que peu d'énergie et permet des durées continues d'enregistrement intéressantes.

Abstract. — A commercial recorder making use of inkless electric writing on metallized paper has been altered and made suitable for recording the events detected by a hodoscope of Geiger-Müller counters.

The apparatus is simple, reliable, requires very little energy and is capable of recording over long periods of time.

Les montages hodoscopiques de compteurs de Geiger-Müller, utilisés principalement dans l'étude des gerbes de rayons cosmiques, nécessitent un dispositif d'enregistrement des événements. Pendant l'un de ceux-ci, chaque compteur G. M. peut être ou non traversé par une particule ; un dispositif approprié doit donc enregistrer quels sont les compteurs traversés.

Le dispositif le plus couramment employé a été celui dans lequel le passage d'une particule dans un compteur déclenche l'allumage, pendant un certain temps et sous certaines conditions, d'une lampe au néon normalement éteinte ; il y a dans ce cas une lampe au néon par compteur G. M., ces lampes étant montées sur un panneau ; les conditions d'allumage étant remplies, une caméra sera automatiquement déclenchée et enregistrera sur film photographique l'ensemble des lampes allumées [1 à 7].

Deux autres dispositifs ont été utilisés ; l'un dans lequel l'enregistrement a lieu par perforation d'une bande de papier ou de cartes sous l'action de petits électroaimants, l'excitation de chacun d'eux étant commandée par un seul compteur [8, 9] ; l'autre dans lequel chaque compteur commande l'action d'une touche d'une machine à écrire électrique, réalisant ainsi un enregistrement codé des événements [10].

Ces deux derniers dispositifs ont l'inconvénient d'entraîner une dépense d'énergie relativement importante, une amplification en énergie assez grande des signaux fournis par les compteurs étant nécessaire pour commander les électroaimants de perforation ou les touches de la machine à écrire.

Le but que nous nous étions proposé était le suivant : réaliser un hodoscope entièrement automatique destiné à fonctionner dans une mine de fer à 450 mètres de profondeur, dans des conditions de température et d'humidité assez défavorables, et devant être, par suite, de constitution aussi simple que possible, de fonctionnement sûr et absorbant le moins possible d'énergie.

Nous avons pensé que le procédé d'enregistrement par tracé sec sur papier métallisé, utilisé par la maison Chauvin-Arnoux sur ses enregistreurs « Script », remplissait ces conditions, moyennant quelques modifications.

Principe du tracé sec sur papier métallisé. — Une bande de papier porte sur une de ses faces un dépôt métallique mince sur lequel appuie la pointe d'une plume métallique légère. Celle-ci étant portée à un potentiel électrique différent de celui de la couche métallique, et la surface de contact étant très faible, la densité de courant dans la résistance de contact est très grande et provoque la fusion locale de la couche métallique sur une surface d'autant plus grande que la différence de potentiel plume-couche métallique est plus élevée. Cette surface détruite est toujours supérieure à celle du contact initial et celui-ci est totalement rompu quelques dizaines de millisecondes après l'établissement du courant. Le point de fusion locale apparaît sur la bande de papier sous l'apparence d'une tache noirâtre.

Si la différence de potentiel plume-couche métallique existe en permanence, et si la bande de papier se déplace au cours du temps, ce déplacement ramènera au contact de la plume une portion intacte de surface conductrice et le phénomène pourra se reproduire, l'ensemble des points de destruction formant alors une ligne pratiquement continue.

Si la différence de potentiel n'existe que sous forme d'impulsions et si la bande de papier se déplace proportionnellement au temps, il appa-

raîtra une succession de points correspondants aux impulsions, à condition que l'espacement dans le temps de celles-ci soit supérieur au temps mis par la surface conductrice pour revenir au contact de la pointe de la plume après fusion locale.

Dans l'enregistreur normal Chauvin-Arnoux S.C.60 Script, la plume est fixée à l'extrémité de l'aiguille d'un appareil de mesure et peut se déplacer, sous l'action du courant traversant le cadre mobile, perpendiculairement à la direction du déplacement du papier enregistreur ; on obtient ainsi l'enregistrement de la grandeur à mesurer en fonction du temps. La différence de potentiel continu entre la couche métallique et la plume est de 40 volts.

Modifications apportées à l'appareil. — Il était nécessaire que l'enregistreur comportât autant de plumes que l'hodoscope comporte de compteurs, soit une soixantaine.

Le cadre mobile et la plume qui y est normalement fixée n'étant pas utilisés, devenaient disponibles pour l'enregistrement d'un paramètre quelconque en fonction du temps.

Les phénomènes à enregistrer se présentaient sous forme d'impulsions positives d'une cinquantaine de volts d'amplitude et d'une durée d'une dizaine de microsecondes ; leur très faible énergie ne permettait pas de faire un marquage direct sur le papier et une amplification en puissance devenait nécessaire.

Les 60 plumes ne pouvant être montées, par manque de place, en une seule rangée, ont été disposées en trois rangées de 20 (*fig.* 1).

Pour que l'enregistrement puisse se faire correctement, il était nécessaire que le contact des plumes

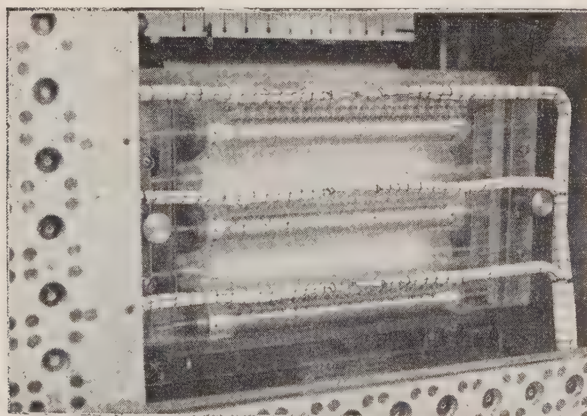


Fig. 1.

avec la couche métallisée soit normalement assurée; cela a été réalisé en faisant passer le papier sur trois rouleaux de plexiglass (*fig.* 2) disposés de telle façon que l'extrémité des plumes d'une rangée soient situées sur une génératrice de l'un des rou-

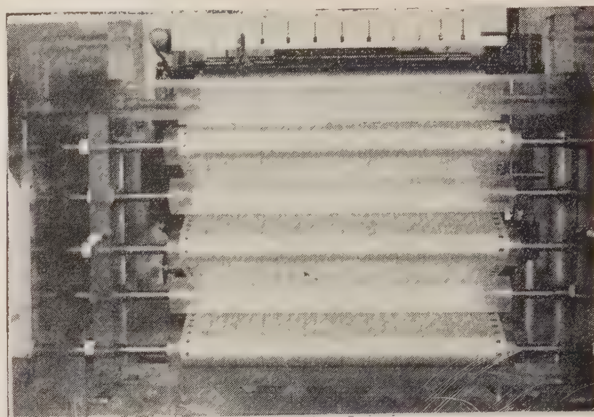


Fig. 2.

leaux. Trois autres rouleaux ont été disposés en quinquonce avec les précédents pour assurer une tension correcte du papier.

Circuit électrique. — Le circuit électrique des plumes a été réalisé de façon telle que les résistances de contact plume-couche soient montées dans le circuit de plaque de thyratrons. Chaque plume est reliée à la plaque d'un thyratron 2D21 par l'intermédiaire d'une résistance faible (1 000 ohms), et la couche métallisée est portée à la tension positive de 350 volts (*fig.* 3). Le thyra-

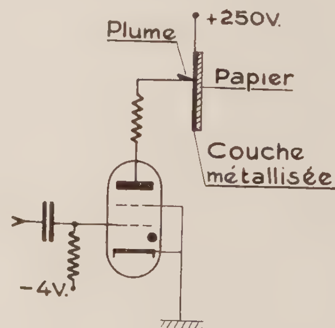


Fig. 3.

tron est normalement bloqué ; sa tension de plaque est alors celle de la plume et de la couche métallisée, soit 350 volts.

Lorsqu'un compteur est touché, une impulsion positive est envoyée sur la grille du thyratron correspondant et le débloque ; un courant intense le traverse ainsi que la résistance de contact, provoquant la fusion locale de la couche métallisée ; le contact est alors rompu ; la haute tension est isolée de la plaque du thyratron qui se désamorce.

Le déplacement du papier ramène rapidement la plume au contact de la couche métallisée et l'ensemble est à nouveau prêt à fonctionner.

Nous avons été amené à porter la haute tension à 350 volts pour différentes raisons dont les principales sont la courte durée des impulsions appliquées à la grille des thyratrons et la dimension minimum des points à obtenir.

Un relais de sécurité est monté dans le circuit général de haute-tension dans le but de couper celle-ci et de désamorcer ainsi les thyratrons au cas où un contact permanent accidentel s'établirait entre l'une ou plusieurs des plumes et la couche conductrice.

Entraînement du papier. — Les vitesses normales d'entraînement du papier de l'appareil Chauvin-Arnoux étant trop rapide pour le but que nous proposions, nous avons introduit des roues supplémentaires dans les trains d'engrenages normaux ; nous obtenons ainsi, en plus des vitesses normales de déroulement de 900, 1 800 et 3 600 mm/h les nouvelles vitesses : 450, 225 et 112,5 mm/h.

Les événements étudiés arrivent au hasard, avec une périodicité moyenne de 20 à 30 minutes ; en adoptant une vitesse de déroulement de 225 mm/h, la longueur totale occupée par un enregistrement étant de 250 mm, les événements seront parfaitement séparés.

Le diamètre d'un point de marquage étant de l'ordre de 1 mm, nous pouvons connaître l'heure d'un événement avec une précision de l'ordre de 20 secondes, pour la vitesse de 225 mm/h.

Conclusions. — La modification d'un enregistreur commercial utilisant le principe du tracé sec sur papier métallisé, a permis de réaliser un procédé très simple d'enregistrement des phénomènes à « tout ou rien », utilisé dans notre cas avec un montage hodoscopique.

L'alimentation stabilisée peut n'avoir qu'un débit continu assez faible car elle sera capable de fournir une intensité instantanée bien supérieure à son débit continu pendant les instants très courts durant lesquels les thyratrons sont conducteurs ; il n'y a d'ailleurs jamais plus de quelques thyratrons, sur les 60 nécessaires pour notre montage, intéressés par un événement.

La destruction de la couche métallisée supprime la haute tension sur la plaque des thyratrons et assurant par suite leur désamorçage, évite ainsi de recourir à des circuits d'extinction.

L'heure à laquelle a lieu un événement est connue avec une bonne précision par la position de son enregistrement sur la bande.

Enfin la longueur des rouleaux de papier (25 mètres) permet une durée d'enregistrement continu intéressante.

Manuscrit reçu le 18 mai 1960.

UN PROCÉDÉ DE DOSAGE CONTINU DU RADON DANS L'AIR ATMOSPHÉRIQUE. APPLICATION A LA PROSPECTION DE L'URANIUM

Par Daniel BLANC, Jacques FONTAN et Gilbert VEDRENNE,
Centre de Physique Nucléaire, Faculté des Sciences, Toulouse.

Résumé. — L'appareil fournit l'enregistrement continu de la teneur en radon de l'air atmosphérique. Une pompe à grand débit aspire l'air à analyser à travers un papier filtre dont le pouvoir de rétention est assez élevé pour éliminer toutes les particules de dépôt actif présentes dans le volume aspiré. On évite toute perte de charge excessive en utilisant des filtres de grande surface disposés en série. L'air pénètre ensuite dans une chambre de désintégration étanche d'un volume de plusieurs centaines de litres. Une partie du radon présent dans l'air s'y désintègre ; les particules des descendants sont recueillies, à la sortie de la chambre, sur un deuxième papier filtre à grand pouvoir de rétention. L'activité alpha du filtre est mesurée de façon continue par un compteur à scintillations lié à un intégrateur et à un enregistreur graphique. L'appareil permet de doser des concentrations en radon de 2.10^{-14} curie par litre.

L'association d'un ensemble du type « BABAR » à l'installation précédente permet de mesurer l'activité des descendants du radon présents dans l'air : l'air est aspiré à travers un papier filtre qui se déroule devant un photomultiplicateur, la vitesse de déroulement étant telle que l'activité due aux descendants du thoron soit négligeable, l'équilibre n'ayant pas le temps de s'établir.

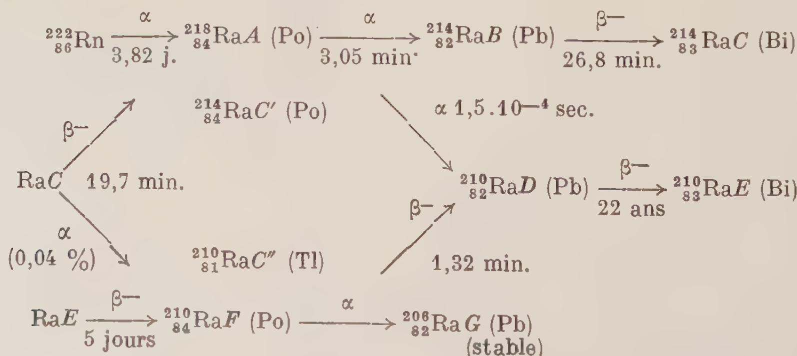
L'ensemble des deux appareils permet d'enregistrer, simultanément, l'activité due au radon et celle due à ses descendants. Le rapport de ces deux activités est fonction du temps depuis lequel le radon s'est dégagé du sol ; connaissant la direction du vent et sa vitesse, on pourra ainsi localiser des gisements uranifères. Cette méthode s'adapte à la prospection à distance dans des régions d'accès difficile.

Abstract. — The apparatus allows a continuous recording of the radon content of atmospheric air. A very powerful pump sucks the air being analysed through a paper filter, the efficiency of which is great enough to eliminate all radioacitve particles in the aspirated volume. Any excessive charge loss can be avoided by the use of filters with large surface, in series. Then, the air goes into a leakproof disintegration chamber the capacity of which is several hundreds of litres. A part of the radon content is disintegrated in it ; when leaving the chamber, the particles of radioactive products are collected by another paper filter having a great efficiency. The alpha activity of the filter is continuously measured with an integrator and a graphic meter. The device makes possible the dosage of radon concentration of 2.10^{-14} curie by liter.

A " BABAR " type apparatus can be added to the previous device : it permits measurement of the activity of radioactive products of radon in air ; the air permits pass through a filter of paper which unwinds before a photomultiplier, and such is the unwinding speed that activity due to the radioactive products of thoron is negligible, time being not allowed to equilibrium to settle down.

These devices, used together, allow a simultaneous registering of activity imputable to radon and to its radioactive products. The ratio between both activities is a function of the time at which the radon has been emitted from the ground ; knowing wind direction and speed, localisation of uranium deposits will be possible. This method is suitable for remote prospecting in regions difficult of access.

1. **Introduction.** — Une partie importante de la radioactivité naturelle des roches et du sol provient des éléments de la famille (uranium-radium) ; le seul élément gazeux de cette famille est le radon ($^{222}_{86}$Rn) qui se dégage dans l'air atmosphérique, où il se désintègre avec une période de 3,82 jours pour donner la filiation suivante :



Tous les descendants du radon (désigné par Rn dans la suite) sont solides ; ils se fixent sur les aérosols en suspension dans l'air.

Pour doser le radon atmosphérique, on a coutume de recueillir ses descendants et de mesurer leur activité, ce qui suppose que l'équilibre radioactif est atteint. Cependant, ce n'est pas toujours le cas, en particulier en atmosphère agitée, ou lors d'une inversion de température : la méthode conduit alors à des conclusions erronées. Ce procédé est également appliqué dans les mines d'uranium, pour mesurer les doses absorbées des descendants de Rn, physiologiquement plus dangereux que Rn lui-même, mais de telles déterminations ne permettent pas d'obtenir la contamination due au Rn, la ventilation continue de la mine éliminant toute possibilité d'équilibre radioactif.

Le dosage direct et continu du Rn (sans passer par l'intermédiaire de ses descendants) n'a pratiquement pas été abordé ; on peut citer l'étude de Labeyrie et Weill [1], qui introduisaient l'air à doser, préalablement filtré, dans une chambre d'ionisation de grand volume. Ce problème est pourtant très intéressant en Géophysique, de tels dosages permettraient d'obtenir de nombreux renseignements sur la nature des terrains ; dans les mines d'uranium, ces mesures donneraient la quantité de Rn inhalée, qui est un élément inconnu dans le cas de la protection par masque. Enfin, nous montrerons plus loin que ce dosage peut être appliqué à la prospection de l'uranium à distance, dans des régions d'accès difficile.

2. **Appareil permettant le dosage direct et continu du radon dans l'air.** — DESCRIPTION DE L'ENSEMBLE RÉALISÉ. — On trouvera sur la figure 1 le schéma de principe de l'installation : une pompe à grand débit (10 m³/heure) aspire l'air atmosphérique à travers deux filtres de papier (Schneider rose) placés en série ; le pouvoir de rétention de chacun de ces filtres pour les aérosols atmosphériques étant supérieur à 99 % [2], [3], on peut admettre que tous les produits radioactifs solides, naturels et artificiels, sont ainsi éliminés. L'emploi de filtres plissés, dont la surface utile est comprise entre 3 et 4 m², permet d'éviter toute perte de charge ; la dépression est de 2 à 3 mm d'eau.

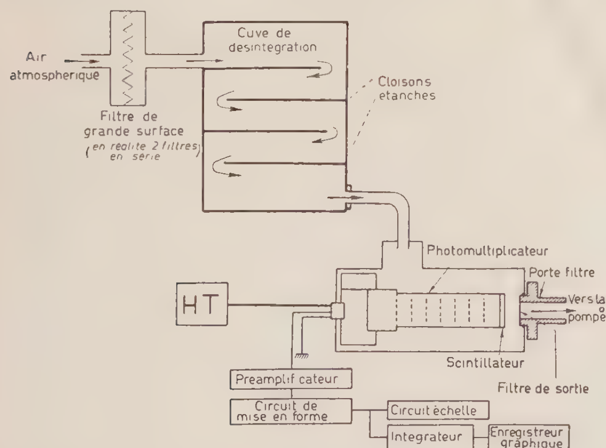


FIG. 1. — Schéma de principe de l'installation de dosage continu du radon.

L'air, ainsi purifié, ne contient plus comme contaminant radioactif naturel que du Rn (et un peu de thoron). Il pénètre ensuite à l'intérieur d'une chambre étanche dont le volume est de plusieurs centaines de litres. Le volume utile de cette chambre peut être modifié, par échelons de 100 litres, de 200 à 1 000 litres. Une partie du Rn se désintègre dans la chambre, à laquelle nous donnerons le nom de « chambre de désintégration ».

Finalement, les descendants solides du Rn sont recueillis à la sortie de la chambre sur un papier filtre Schneider rose, identique à ceux placés à l'entrée ; sa surface est de 20 cm².

Un compteur à scintillations [écran de ZnS(Ag) et PM Radiotechnique 53 AVP] permet de mesurer l'activité alpha recueillie par le filtre de sortie. Cette activité est la somme de celle des descendants du Rn et de celle des descendants du thoron. Il est facile de voir que la contribution des descendants du thoron est négligeable, dans les conditions expérimentales réalisées.

CALCUL DE L'ACTIVITÉ RECUEILLIE PAR LE FILTRE DE SORTIE. — Désignons par Q_0 le nombre des atomes de Rn par litre d'air, dans la chambre de désintégration, immédiatement après la traversée des filtres d'entrée. Soit τ le temps moyen mis par l'air pour traverser la chambre. A la sortie de la chambre, il y a Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 atomes de Rn, Ra A, Ra B, Ra C, Ra C' respectivement, par litre d'air. Soient enfin λ_1, λ_2, λ_3, λ_4, λ_5 les constantes radioactives de ces radioéléments. Il n'est pas nécessaire d'aller plus loin, la période du Ra D étant de 22 ans. On a :

$$Q_1 = Q_0 \, e^{-\lambda_1 \tau}$$

$$\frac{dQ_2}{dt} = \lambda_1 Q_1 - \lambda_2 Q_2$$

D'où :

$$Q_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} Q_0 (e^{-\lambda_1 \tau} - e^{-\lambda_2 \tau}).$$

En opérant de proche en proche, on obtient des équations analogues pour Q_3, Q_4, Q_5. Finalement :

$$(Q_2/Q_0) = 5{,}54 . 10^{-4} \, e^{-\lambda_1 \tau} - 5{,}54 . 10^{-4} \, e^{-\lambda_2 \tau}$$

$$(Q_3/Q_0) = 4{,}89 . 10^{-3} \, e^{-\lambda_1 \tau} + 6{,}25 . 10^{-4} \, e^{-\lambda_2 \tau} - 5{,}52 . 10^{-3} \, e^{-\lambda_3 \tau}$$

$$(Q_4/Q_0) = 3{,}61 . 10^{-3} \, e^{-\lambda_1 \tau} - 8{,}42 . 10^{-5} \, e^{-\lambda_2 \tau} - 1{,}53 . 10^{-2} \, e^{-\lambda_3 \tau} + 1{,}18 . 10^{-2} \, e^{-\lambda_4 \tau}$$

$$(Q_5/Q_0) = 5.10^{-10}\,e^{-\lambda_1\tau} - 1{,}17.10^{-11}\,e^{-\lambda_2\tau} - 2{,}12.10^{-9}\,e^{-\lambda_3\tau} + 1{,}63.10^{-9}\,e^{-\lambda_4\tau}.$$

Désignons par v_c le débit de l'air, en litres par seconde, par N_2, N_3, N_4, N_5, le nombre des noyaux de Ra A, Ra B, Ra C, Ra C' présents dans le filtre de sortie. t étant le temps compté à partir du début de pompage, on déduit des équations qui précèdent [4] :

$$N_2 = 2{,}64.10^2\,Q_2\,v_c(1 - e^{-\lambda_2 t})$$

$$N_3 = 2{,}98.10^2\,Q_2\,v_c(1 - e^{-\lambda_2 t}) + (2{,}62.10^3\,Q_2\,v_c + 2{,}32.10^3\,Q_3\,v_c)\,(1 - e^{-\lambda_3 t})$$

$$N_4 = 40{,}12\,Q_2\,v_c(1 - e^{-\lambda_2 t}) + (7{,}26.10^3\,Q_2\,v_c + 6{,}44.10^3\,Q_3\,v_c)(1 - e^{-\lambda_3 t}) - (5{,}6.10^3\,Q_2\,v_c + 4{,}73.10^3\,Q_3\,v_c - 1{,}71.10^3\,Q_4\,v_c)\,(1 - e^{-\lambda_4 t})$$

$$N_5 = 5{,}56.10^{-6}\,Q_2\,v_c(1 - e^{-\lambda_2 t}) + (1{,}01.10^{-3}\,Q_2\,v_c + 8{,}91.10^{-4}\,Q_3\,v_c)(1 - e^{-\lambda_3 t}) - (7{,}75.10^{-4}\,Q_2\,v_c + 6{,}55.10^{-4}\,Q_3\,v_c - 2{,}36.10^{-4}\,Q_4\,v_c)(1 - e^{-\lambda_4 t}).$$

Le détecteur à scintillations utilisé n'est sensible qu'aux particules alpha ; l'activité alpha recueillie par le filtre est, en nombre de désintégrations par seconde :

$$R_c = \lambda_2\,N_2 + \lambda_5\,N_5.$$

La période du Ra C' étant extrêmement faible par rapport à celle du Ra C, on peut écrire :

$$R_c = \lambda_2\,N_2 + \lambda_4\,N_4.$$

Ou :

$$R_c = 1{,}0325\,Q_2\,v_c(1 - e^{-\lambda_2 t}) + (4{,}259\,Q_2\,v_c + 3{,}775\,Q_3\,v_c)\,(1 - e^{-\lambda_3 t}) - (3{,}283\,Q_2\,v_c + 2{,}775\,Q_3\,v_c - Q_4\,v_c)\,(1 - e^{-\lambda_4 t}). \quad (1)$$

La figure 2 traduit graphiquement cette équation : la courbe donne, en fonction du temps, la variation calculée de l'activité du filtre, à partir de l'instant où commence le pompage, pour $\tau = 400$ sec ; cette variation est exprimée en pourcentage de l'activité à l'équilibre. On voit que, pour $t > 90$ minutes environ, l'équilibre sur le filtre est atteint ; en nombre d'impulsions par seconde, l'activité limite est :

$$(R_c)_{\lim} = (2Q_2 + Q_3 + Q_4)\,v_c. \quad (2)$$

Pour $\tau = 400$ sec :

$$(R_c)_{\lim} = Q_0\,v_c(12{,}6.10^{-4}). \quad (3)$$

Nous avons porté sur la même figure les résultats expérimentaux, dans le cas où la concentration Q_0 de Rn dans l'air n'a pratiquement pas varié durant la mesure ; les valeurs sont toujours exprimées en pourcents de celle qui correspond à l'équilibre. Ces points coïncident parfaitement avec la courbe théorique.

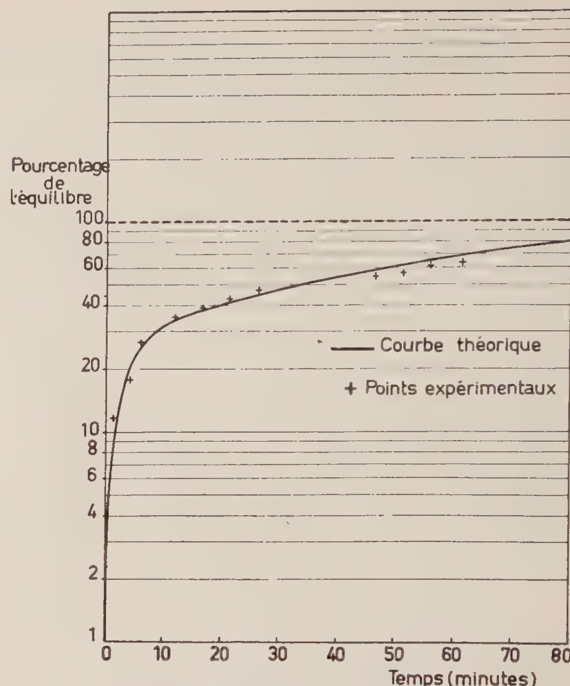


Fig. 2. — Variation de l'activité alpha du filtre de sortie, à partir de l'instant où le pompage a commencé ($\tau = 400$ s).

Étalonnage de l'installation. — Nous avons employé une source étalonnée de radium (100 μC), constituée par une solution de bromure de radium dans l'eau, et enfermée dans un barboteur étanche. On déduit la quantité de Rn disponible du temps durant lequel la solution a été maintenue au repos dans le barboteur [5].

Pour étalonner notre appareil, nous avons extrait la totalité du Rn disponible en faisant passer dans le barboteur, durant 45 minutes, un courant d'air sous faible débit (15 cm^3/minute) ; après passage dans le barboteur, l'air était recueilli dans un ballon de 3 litres, préalablement vidé. Nous avons vérifié que, durant cette opération, la totalité du Rn disponible est bien recueillie [2].

Le Rn est ensuite envoyé dans la chambre de désintégration. Connaissant τ, l'équation (1) donne l'activité alpha totale recueillie par le filtre de sortie : le rapport de la valeur mesurée à cette valeur théorique donne le rendement de l'installation.

On trouvera sur la figure 3 la courbe calculée (I) et la courbe expérimentale (II), pour une quantité de Rn de 20 μC et un temps de passage de 400 sec (volume utile de la chambre = 1 000 litres). Les deux courbes sont parallèles, ce qui prouve que l'efficacité de collectage du filtre est la même pour tous les descendants du Rn.

D'une mesure à l'autre, le rendement varie un peu (un dixième de sa valeur, au maximum) ; sa

valeur moyenne est de 0,01 ; nous l'adopterons dans ce qui suit. Les pertes sont dues à la géométrie de l'installation de détection, à l'efficacité du scintillateur, à l'absorption des rayons alpha dans le filtre, aux pertes diverses dans la chambre de désintégration, etc...

ACTIVITÉ MINIMALE DU Rn MESURABLE. — Considérons une durée t d'aspiration assez grande pour que l'équilibre soit atteint ($t > 90$ minutes). Le

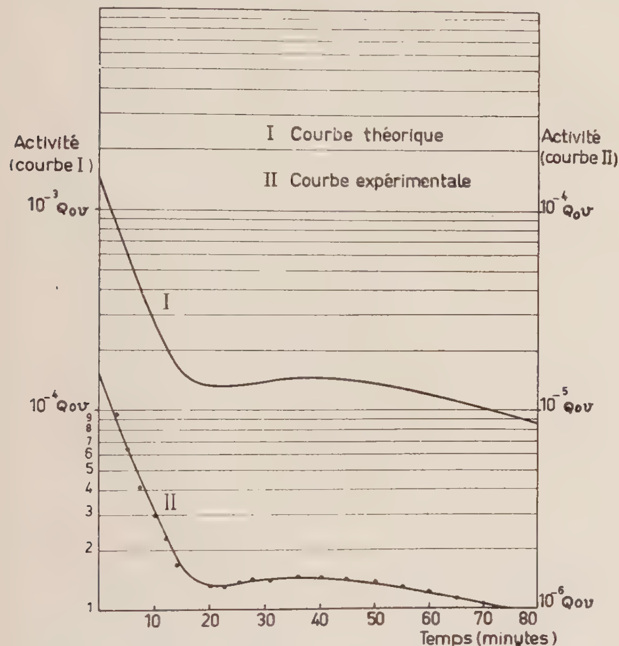


FIG. 3. — Étalonnage de l'installation à l'aide d'une source de Rn de 20 μC ($\tau = 400$ s). Volume de la cuve = 1 000 litres.
(I) Courbe théorique.
(II) Courbe expérimentale.

nombre R_c de désintégrations alpha dans le filtre de sortie, par seconde, est donné par la formule (3). Pour $\tau = 400$ s, et un rendement de 0,01, l'activité mesurée est, en nombre de désintégrations par seconde :

$$R'_c = Q_0\, v(12{,}6.10^{-6}).$$

A l'endroit où les mesures sont faites, le bruit de fond du compteur à scintillations est de 0,1 impulsion par minute : on détecte sans difficulté une activité donnant 0,5 impulsion par minute : on en déduit que l'activité minimale détectable est, en curies par litre :

$$\boxed{\lambda_1 Q_0 = 1{,}4.10^{-14} \text{ curie par litre.}}$$

Pour l'inhalation, la concentration maximale tolérable du Rn dans l'air est de 10^{-10} curie par litre [6] ; notre appareil permet de mesurer le dix millième environ de cette activité.

3. **Réalisation d'un filtre collecteur à déroulement continu.** — Nous avons associé à l'installation qui précède un système analogue aux « Babars » réalisés par le Commissariat à l'Énergie Atomique [7], [8]. Ce système mesure, de façon continue, l'activité des descendants de Rn présents dans l'air. Le principe est très simple : l'air est aspiré à travers un papier filtre à pouvoir de rétention élevé (papier Schneider rose), qui se déroule devant un compteur à scintillations (ZnS et PM Radiotechnique 54 AVP), associé à un intégrateur et à un enregistreur graphique. La vitesse de déroulement du papier (18 cm par heure) est calculée pour que chaque point du filtre ne demeure au-dessus de l'orifice d'aspiration que durant 30 minutes environ : ce temps est suffisant pour que l'on recueille 40 % de l'activité qui serait obtenue, à l'équilibre, pour les descendants de Rn ; par contre, on ne retient que 2 à 3 % de l'activité qui serait obtenue, à l'équilibre, pour les descendants du thoron [9], et la contribution de ces derniers est donc négligeable.

Cet appareil permet de comparer, de façon continue, l'activité des descendants du Rn à celle du Rn lui-même, obtenue par la chambre de désintégration.

ÉTALONNAGE. — Pour calculer la valeur théorique de l'activité recueillie par cet appareil, nous avons posé les hypothèses simplificatrices suivantes : le radon est en équilibre avec ses descendants ; la variation, en chaque point du filtre, de l'activité, est une fonction linéaire du temps de passage de l'air : ceci est légitime puisque, dans nos mesures, chaque point du filtre reste exposé au courant gazeux durant 30 minutes.

Moyennant ces deux hypothèses, l'activité alpha recueillie par le filtre est, en nombre de désintégrations par seconde :

$$R_f = 4{,}2.10^{-3}.v_f.Q_0/v'_f$$

v_f étant le débit de l'air, en litres par seconde, v'_f la vitesse de déroulement du filtre en mm par minute, Q_0 le nombre des atomes de Rn par litre d'air.

Dans nos mesures, $v'_f = 3$ mm par minute, et :

$$R_f = 1{,}4.10^{-3}.v_f\, Q_0.$$

Soit K le rendement de l'installation. L'activité mesurée est :

$$R'_f = 1{,}4.10^{-3}\, K.v_f.Q_0. \tag{4}$$

Nous avons utilisé simultanément la chambre de désintégration et le filtre à déroulement continu, en réglant les deux pompes d'aspiration pour que les débits d'air soient les mêmes dans les deux installations ($v_c = v_f$), et nous avons mesuré l'activité R'_c sur le filtre de sortie de la chambre, quand l'équilibre radioactif est atteint :

$$R'_c = (12{,}6.10^{-4})\,(1/100)\, v_c.Q_0.$$

D'où :

$$\frac{R'_f}{R'_c} = \frac{K.1,4.10^{-3}}{12,6.10^{-6}} \# 13.$$

Il en résulte :

$$K = 0,11.$$

On voit que le rendement de l'installation à déroulement continu est voisin de 10 %.

Sensibilité. — A l'endroit où sont faites les mesures, le bruit de fond de l'installation est de 1 impulsion par minute : on peut déceler une activité produisant environ 3 impulsions par minute.

De la formule [4], on tire que, pour une vitesse de passage de l'air de 2,5 litres par seconde, l'activité minimale pouvant être mesurée est, en curie par litre d'air :

$$(\lambda_1 Q_0) = 8.10^{-15} \text{ curie par litre.}$$

Cette sensibilité est très voisine de celle des appareils du C. E. A. [8]. Elle est très supérieure à celle de la chambre de désintégration.

4. Mesure de l'âge de l'air. Application possible à la prospection de l'uranium. — Supposons qu'en un point A du sol se produise un dégagement relativement important de Rn. Le vent qui souffle en ce point emporte avec lui, chaque seconde, une quantité constante de Rn : les équations de filiation radioactive données plus haut permettent de calculer l'activité des descendants qui apparaissent en fonction du temps, cette activité tendant vers la valeur d'équilibre. Vohra [10] a utilisé la mesure de l'activité des descendants du thoron et du Rn pour localiser des gisements radioactifs.

La figure 4 donne, en fonction du temps depuis lequel l'air contient les produits radioactifs, c'est-à-dire de son « âge », l'activité des descendants du Rn (I) et celle du Rn lui-même (II) : le rapport de ces deux activités varie considérablement avec le temps t. De la mesure de ces deux activités par les appareils décrits plus haut, on déduit t. D'autre part :

$$t = V/D$$

V étant la vitesse du vent, D la distance à laquelle se trouve le point A. Connaissant V, on obtient ainsi D, ce qui permet de localiser le point A où a lieu le dégagement.

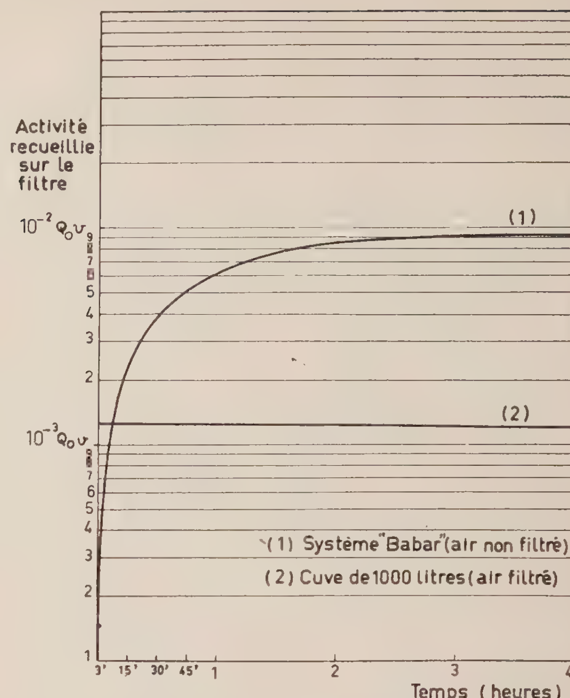


Fig. 4. — Variations, en fonction de l'âge de l'air :
(I) De l'activité due aux descendants du radon.
(II) De l'activité du radon lui-même.

En pratique, la méthode est moins précise que ne l'indique ce qui précède : le vent doit être de direction constante, et la mesure n'est possible que si la distance du gisement ne dépasse pas 200 km environ.

Nous remercions vivement M. René Soulhier, Assistant à la Faculté des Sciences, avec qui nous avons eu des discussions très fructueuses, ainsi que M. Gilbert Giron, Technicien, qui a assuré la réalisation mécanique des appareils, et M. Jean Bouyssou, qui a collaboré à mettre au point les circuits électroniques associés.

Cette étude est financée par un contrat du Commissariat à l'Énergie Atomique.

Manuscrit reçu le 20 mai 1960.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Labeyrie (J.) et Weill (J.), C. R. Conf. Intern. Genève. Appl. Pacif. Énergie Atomique, rapport P/353, 1955, IX, 856.
[2] Labeyrie (J.), Thèse Doctorat ès Sciences, Paris, 1954, n° 3519.
[3] Cochinal (R.), Rapport C. E. A. (France), n° **177**, 15.
[4] Soulhier (R.), Thèse Ingénieur-Docteur, Toulouse, 1960, n° 49.
[5] Curie (M.), Traité de Radioactivité (I), Gauthier-Villars, Paris, 1910, p. 282.
[6] Agence Internationale de l'Énergie Atomique : « Manipulation sans danger des radio-isotopes », Vienne, 1958, p. 103.
[7] Labeyrie (J.) et Pelle (M.), *J. Physique Rad.*, 1953, **14**, 477.
[8] Jehanno (C.), Blanc (A.), Lallemant (C.) et Roux (G.), C. R. Conf. Intern. Genève. Appl. Pacif. Énergie Atomique, Rapport P/329, 1958, **23**, 372.
[9] Harley (J. H.), Thèse Ph. D. : Rennsselser Polytechnic Institute, 1952.
[10] Vohra (K. G.), C. R. Conf. Inter. Genève Appl. Pacif. Énergie Atomique, Rapport P/869, 1955, **6**, 872.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 11.
TOME 21, NOVEMBRE 1960, PAGE 181 A.

HISTOGRAPHE
DISPOSITIF DE COMPTAGE PAR POINT, ENTIÈREMENT AUTOMATIQUE, RÉALISÉ A PARTIR D'ÉLÉMENTS STANDARDS POUR UN SPECTROMÈTRE X

Par Pierre BERGÉ et Max TOURNARIE,
Service de Physique du Solide et de Résonance Magnétique,
Centre d'Études Nucléaires de Saclay.

Résumé. — L'appareil décrit permet l'exploration point par point de la diffusion des particules en fonction de l'angle de diffusion. Il permet le comptage à nombre de coups fixe, ou à « temps » fixe, ou mixte, le « temps » étant fourni soit par une base de temps, soit par une fraction du faisceau incident. Les angles de diffusion sont enregistrés.

Abstract. — The apparatus described here permits the study step by step of a scattered beam of particles in terms of the scattering angle. It permits counting at a predetermined number of counts or at a fixed time, or mixed, the "time" being given either by a time base, or by a monitoring unit. The scattering angles are also recorded.

Le but recherché dans la réalisation exposée est résumé par les points suivants :

Nous désirons un appareil permettant d'effectuer des comptages à temps constant ou à nombre de coups déterminés, ou par la méthode mixte.

L'appareil doit pouvoir fonctionner sans intervention.

Nous nous sommes fixé une capacité maximum de 80 000 impulsions pour l'ensemble qui commande l'arrêt du comptage et de 100 000 impulsions pour l'ensemble du comptage qu'on enregistre.

L'appareil doit enregistrer le résultat du comptage à la fin de celui-ci, modifier la position du compteur, tout en notant cette modification avant de déclencher un nouveau comptage.

Il existe de nombreux appareils permettant de réaliser certaines de ces conditions. Mais pour avoir un ensemble automatique adapté à nos chaînes d'enregistrement continu, et ceci rapidement, nous avons décidé d'en construire un avec des éléments du standard C. E. A.

L'idée générale est de pouvoir monter un ensemble séparé en rack, permettant de se brancher instantanément sur un appareil de comptage classique à intégration, sans modification de ce dernier.

D'autre part, nous avons voulu utiliser le matériel standard en le modifiant le moins possible, toute modification consistant en additions autorisant encore le fonctionnement normal des éléments modifiés.

Principe général de l'histographe (*fig.* 5). — Le spectromètre étant en position de comptage, les impulsions déclenchées par les photons au niveau du compteur Geiger-Müller d'une part, et les impulsions d'une base de temps d'autre part, sont envoyées dans deux échelles de comptage.

Le principe d'un dispositif de comptage étant d'établir le nombre de particules arrivant en un certain temps, il est nécessaire que le comptage des particules et du temps soit effectué sur deux chaînes de comptage séparées, démarrées et arrêtées simultanément. Ce démarrage est effectué électroniquement lorsque les opérations mécaniques (déplacement du compteur, lecture et effacement du comptage précédent, etc...) sont terminées. L'arrêt est commandé lorsque le nombre choisi (d'impulsions de la base de temps ou de particules) est atteint.

Le détail des opérations est le suivant : lorsque le chiffre choisi est atteint, la décade modifiée dite « décade d'arrêt » envoie par le fil 16 un signal échelon à un tiroir spécial, dit « tiroir de commande » (*fig.* 2) ; ce dernier fait arrêter le comptage des deux chaînes et déclenche le fonctionnement mécanique d'une platine où les opérations suivantes sont commandées par cames :

1° mise en marche de l'enregistreur potentiométrique,

2° exploration des chiffres inscrits sur les décades de l'autre chaîne de comptage,

3° commande du déplacement de compteur. La réalisation effective de ce déplacement est contrôlée sur l'enregistrement par le marquage des divisions angulaires parcourues par le compteur (action du marqueur par le fil 17),

4° mise à zéro des deux chaînes de comptage,

5° démarrage simultané des deux chaînes (photons et base de temps),

6° arrêt du programme et de l'enregistreur jusqu'à ce que le comptage suivant soit terminé.

Description des organes spéciaux. — I. Décade d'arrêt (cf. *fig.* 1). — Elle sert à commander

l'arrêt du comptage. On obtient ce résultat au basculement d'un des bistables d'une échelle décimale standard. Si le bistable choisi est le $n^{\text{ième}}$ de la décade, et si m est le nombre de décades qui précèdent, l'arrêt aura lieu pour $2^{n-1}\,10^{m}$ coups.

Un contacteur C_1 à 4 positions permet de déterminer le bistable choisi.

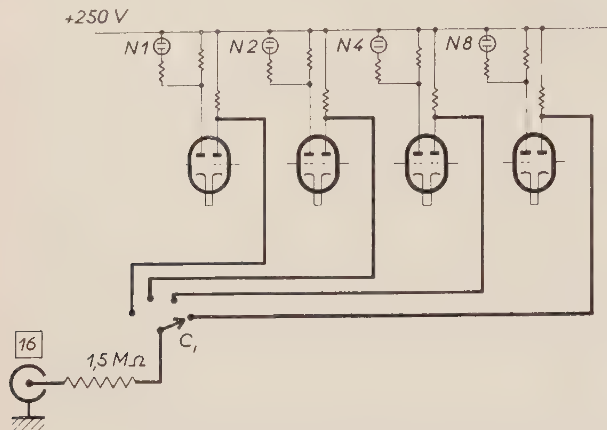


Fig. 1. — Décade d'arrêt.
Le contacteur C_1 permet de fixer l'arrêt sur le nom- chiffre 1, 2, 4 ou 8.

II. Tiroir de commande (*fig.* 2). — Pour des raisons d'encombrement nous avons groupé dans ce tiroir la plupart des éléments électroniques spéciaux :

Un étage à cathode asservie A, transmet une portion réglable du signal lui venant de la décade d'arrêt par le fil 16, à 1 relais situé sur la platine (par le fil n° 7) ; un étage à cathode asservie B abaisse l'impédance du signal de lecture provenant de la platine par le fil 3 et l'y retourne par le fil 2 ; un pont C fournit à la platine par l'intermédiaire du fil 6 une tension continue ajustable, qui sera utilisée au moment de la lecture du déplacement du compteur ; un pont D abaisse les tensions à lire élaborées par la platine (reçues par le fil 1) dans un rapport ajustable et les envoie à l'enregistreur (fils 8 et 8').

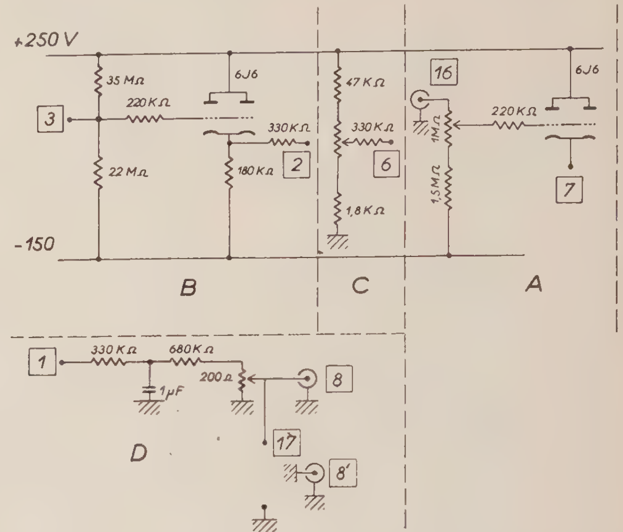


Fig. 2. — Tiroir de commande.
Élément A : lampe à cathode asservie commandant le relais R1.
Élément B : étage abaisseur d'impédance des signaux décimaux.
Élément C : pont délivrant la tension continue destinée au marquage du déplacement du compteur.
Élément D : pont de sortie pour l'enregistreur.
Le potentiomètre 200 Ω (bobiné) permet d'ajuster l'amplitude des chiffres, celui de 1 MΩ (graphite) le seuil de déclenchement du relais R1.

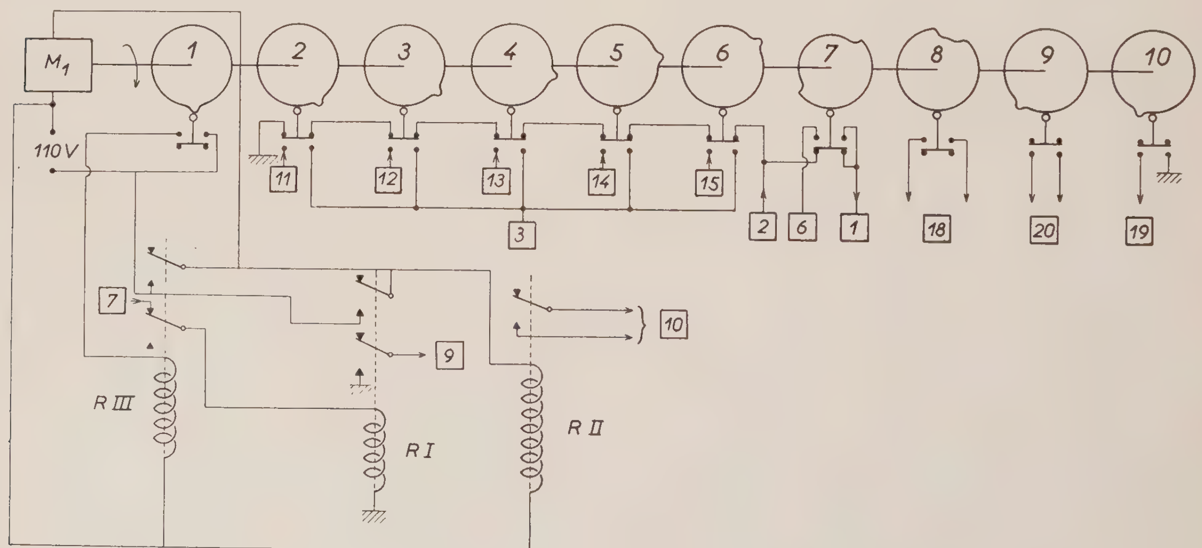


Fig. 3. — Platine de commande. M_1, moteur d'entraînement du programme à cames.

III. La platine (*fig.* 3). — Elle supporte tous les organes électromécaniques :

1° Un relais bipolaire inverseur (R1) qui est commandé par le fil n° 7. Son basculement entraîne :

a) l'arrêt simultané du comptage des deux chaînes (mise du fil 9 à la masse) ; *b*) la mise sous tension du moteur M1 d'entraînement du programme à came et d'un relais (R2) qui ferme le circuit alimentant les moteurs de l'enregistreur (10).

2° Un programme à 10 cames dont la rotation demande 80 secondes.

Les actions de ces cames sont les suivantes :

— la came n° 1 déclenche le relais R3 dont l'effet est de maintenir sous tension le moteur d'entraînement du programme, et de mettre au repos le relais R1 ;

— les cames n° 2, 3, 4, 5, 6 explorent les signaux fournis par les décades à sortie décimales (fils 11 à 15) et les envoient successivement au tiroir de commande par le fil 3 ;

— la came n° 7 déclenche un inverseur qui commute vers le pont réducteur D (fil 1) d'abord les signaux décimaux (fil 2) pendant le fonctionnement des cames 2 à 6, puis la tension continue (fil 6) fournie par le pont C pendant le déplacement du compteur ;

— la came n° 8 envoie, par le fil 18, une impulsion de 7 secondes au moteur de déplacement du compteur et ce moteur reste ensuite mécaniquement auto-alimenté jusqu'en fin de parcours ;

— les 2 cames suivantes servent successivement à l'effacement (came 9, fil 20) et au démarrage simultané des deux chaînes du comptage (came 10, fil 19) ;

— la fin de rotation du programme est amenée par le retour de la came n° 1 en position initiale.

à la masse du fil 9 provoque, par le fil 22, le blocage de la sortie des impulsions au niveau des tiroirs d'entrée (TE_1 et TE_2).

L'action de la came 9 sur les fils 20 remet toutes les décades à zéro par l'intermédiaire du fil 23. La mise à la masse du fil 19 par la came 10 provoque le débloquage de la sortie des impulsions (TE_1 et TE_2) par action du fil 22.

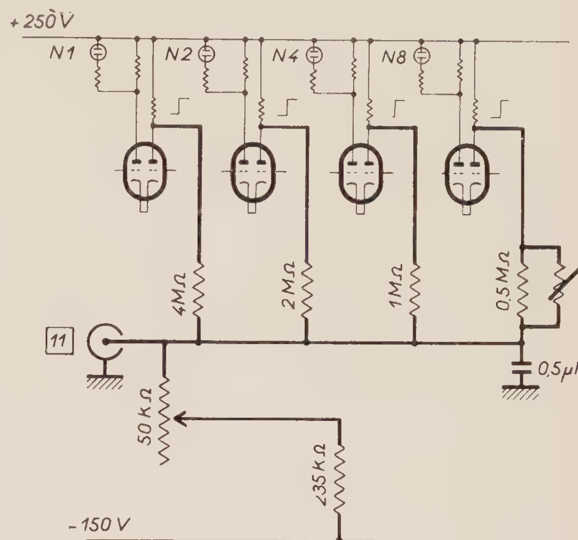


Fig. 4. — Décade à sortie décimale.

Le signal décimal est recueilli sur la prise 11.

Le potentiomètre 50 kΩ (bobiné) permet de régler le niveau du chiffre 0.

La résistance en parallèle sur celle de 0,5 MΩ permet de compenser la faiblesse relative du signal du dernier bistable (chiffre 8).

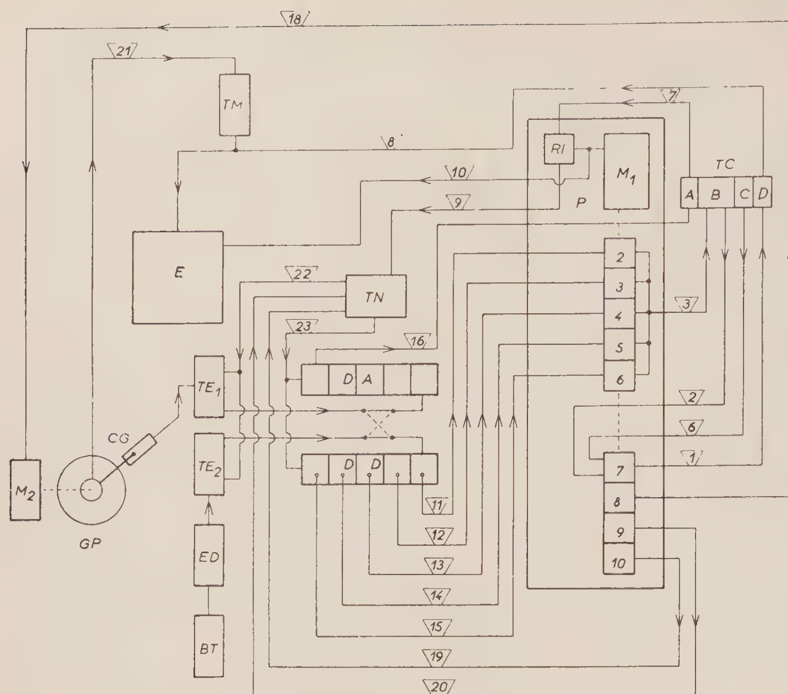
IV. Décades a sortie décimale (*fig.* 4). — Sur une décade standard les plaques des bistables sont connectées aux branches d'une étoile. Les admittances sont choisies pour élaborer au centre de l'étoile un potentiel proportionnel au chiffre décimal affiché et une 5e branche est reliée à une tension négative par une admittance réglable, de façon à ajuster la tension correspondant au chiffre zéro.

V. Rappel des fonctionnements du tiroir numérateur et du tiroir marqueur d'angles. — On peut trouver [6] et [7] les détails de ces deux tiroirs. Rappelons-en ce qui est nécessaire à la compréhension du fonctionnement d'ensemble (*fig.* 5).

Outre ses fonctions de comptage mécanique (dont on ne se sert pas ici) le tiroir numérateur commande l'arrêt, la remise à zéro et le démarrage des deux échelles de comptages (DA et DD). La mise

Le tiroir marqueur d'angles permet de noter automatiquement les déplacements angulaires du compteur par court-circuitage de faible durée, partiel ou total de la tension enregistrée. Un court-circuitage partiel intervient à chaque déplacement de 2/100 de degré d'angle, un court-circuitage total tous les dixièmes de degrés. Pour ce faire, un tambour comportant une succession de secteurs conducteurs et isolants envoie au tiroir marqueur (par le fil 21) des signaux en créneaux correspondant au déplacement angulaire du compteur ; le tiroir marqueur différencie ces signaux de façon correcte et les impulsions obtenues agissent par le fil 17 sur le signal continu délivré par le pont C et allant à l'enregistreur (fil 8).

On voit figure 6, un schéma d'enregistrement codé représentant les 5 chiffres du comptage, puis une tension fixe sur laquelle chaque impulsion négative indique le nombre de 2/100 de degré dont a tourné le compteur avant le comptage suivant.



P : platine de commande.
Mi : moteur d'entraînement du programme à cames.
TC : tiroir de commande.
DA : ensemble des 5 décades pour l'arrêt.
DD : ensemble des 5 décades décimales.
TN : tiroir numérateur (standard C. E. A.)
TE_1 : tiroir d'entrée des photons (standard C. E. A.).
TE_2 : tiroir d'entrée de la base de temps (standard C. E.A.).
ED : ensemble de démultiplication de la base de temps.
BT : base de-temps.
CG : compteur Geiger-Müller.
GP : goniomètre Philips PW 1050.
M_1 : moteur de déplacement du compteur.
TM : tiroir marqueur d'angles.
E : enregistreur.

Dans le schéma de la platine le fonctionnement du relais R1 a été figuré symboliquement. Les relais R2, R3 et la came 1 ne sont pas représentés ; le détail de leur fonctionnement se trouve figure 3.

Fig. 5. — Schéma d'ensemble. A la partie supérieure du schéma, le petit fil vertical sous le tiroir marqueur d'angle, TM, porte le n° 17.

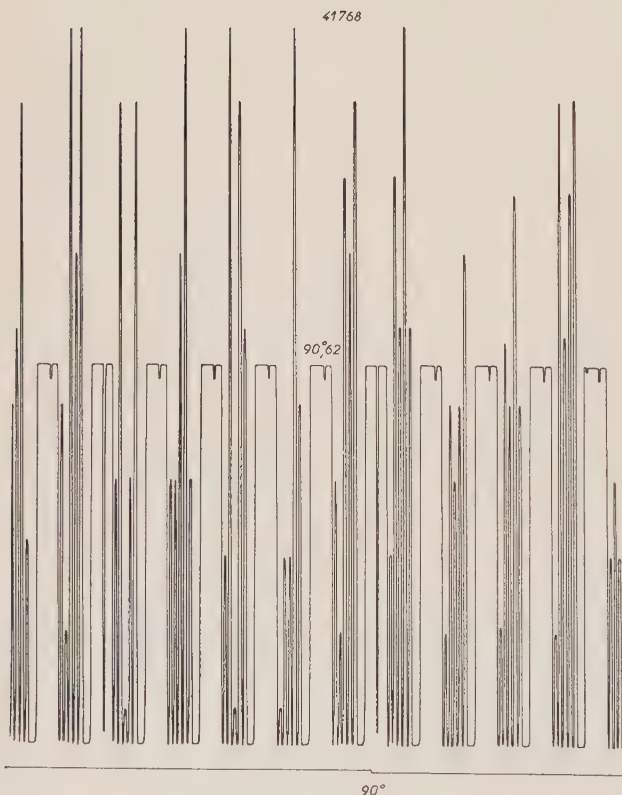


Fig. 6. — Schéma d'enregistrement codé. Lire, en haut 31 768 au lieu de 41 768 et au centre 90° 02 au lieu 90° 62.

Utilisation du dispositif de comptage. — 1° Différence avec l'enregistrement continu. — L'augmentation de la précision statistique dans un comptage à enregistrement continu ne peut se faire qu'en augmentant les flux des particules ou la constante de temps de l'intégrateur en ralentissant convenablement le balayage [1], [2]. Les deux sont poussés au maximum de la technique actuelle. Quand on n'est pas limité par le temps, le comptage discontinu permet d'obtenir une précision statistique à peine inférieure à celle de la stabilité du générateur si on travaille sans mesure témoin (monitoring), ou à peine inférieure à celle des compteurs dans l'autre cas.

2° Utilisation pratique. — Compte tenu des observations précédentes, nous avons disposé l'appareil de telle façon que les 2 entrées de comptage puissent recevoir indifféremment des impulsions de toutes sortes.

Cette disposition permet 6 types d'enregistrement : à « temps » fixe, à nombre de coup fixe, mixte ; la base de « temps » est fournie soit par un diapason entretenu électroniquement, soit par la mesure du flux incident (monitoring).

3° Applications. — On voit figure 7 le dépouillement de l'enregistrement des raies de surstructure d'un oxyde d'uranium type U_4O_9 — [3], [4]. Il a

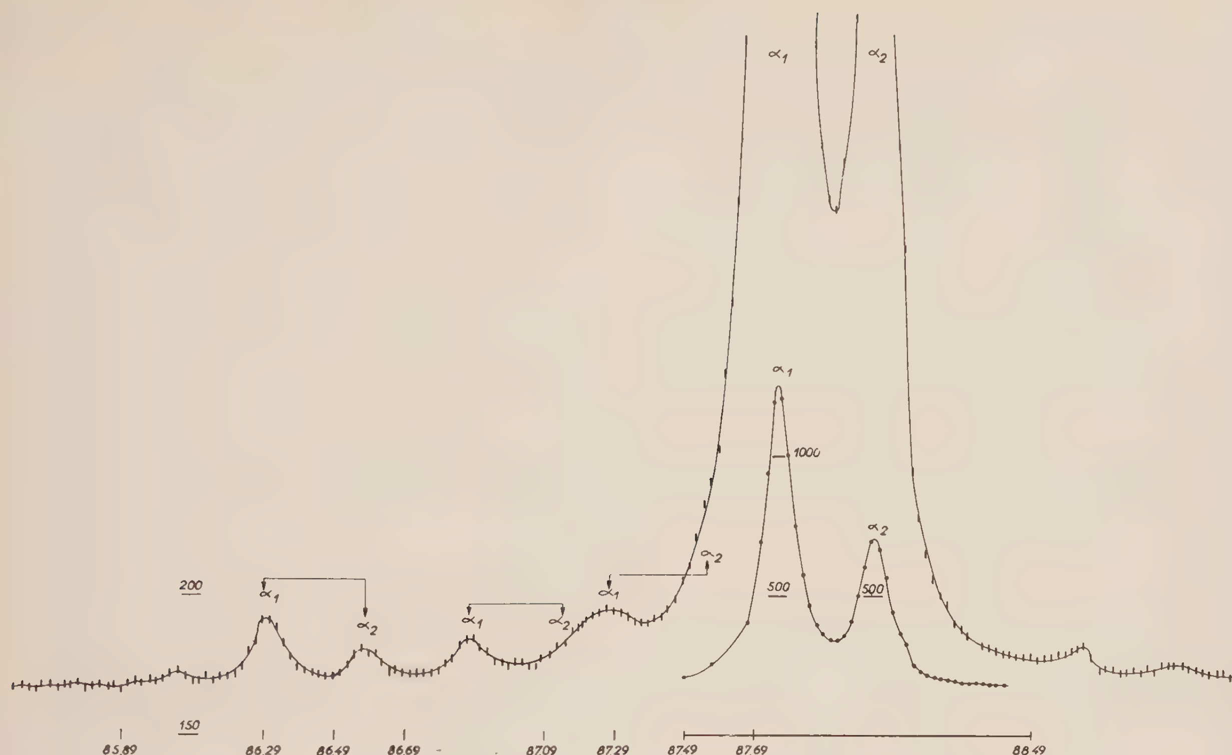


Fig. 7. — Raies de surstructure de U_4O_9 entourant la raie normale 422.

Enregistrement fait à nombre constant de photons (40 000). Les points sont espacés de 2/100 de degré (2θ). L'origine du fond continu n'est pas visible sur ce dessin. La raie normale est représentée à une échelle d'ordonnées dix fois plus petite.

permis de mettre en évidence des raies ne dépassant pas 5 % du fond continu. Ces raies ne sont bien localisables ni en diagramme Debye-Scherrer, ni en enregistrement continu.

D'autre part, nous avons pu vérifier l'indépendance des photons entre eux. Les conditions nécessaires pour que nous ayons pu réellement vérifier cette indépendance, étaient que le générateur Philips (PW 1010) soit stable à mieux que 2/1 000 et que l'histographe fonctionne sans erreur.

Le compteur Geiger-Müller comptait le rayonnement X diffusé par l'air. Les mesures ont été faites à nombre constant de photons, la quantité mesurée étant le nombre d'impulsions d'une base de temps (diapason entretenu Muirhead 480 cycles/seconde) s'écoulant pour que le compteur reçoive 80 000 photons. Nous avons fait 255 mesures que nous avons classées chronologiquement en 15 sous-populations de 17 comptages (tableau 1).

La moyenne des moyennes des temps de chaque comptage de 80 000 photons, établie sur les 255 comptages est 17 509 unités de la base de temps.

L'erreur quadratique moyenne théorique pour un nombre infini de tels comptages est :

$$\Sigma_{\infty} = \frac{17\,509}{\sqrt{80\,000}} \qquad (1)$$

TABLEAU I

Nom de la sous-population	Moyenne des temps	Écart quadratique moyen
A	17 599	71,6
B	17 644	61,1
C	17 609	70,3
D	17 465	55,5
E	17 419	82,0
F	17 491	60,8
G	17 507	55,2
H	17 475	56,7
I	17 520	71,9
J	17 468	68,4
K	17 541	77,0
L	17 494	76,8
M	17 482	48,6
N	17 456	66,7
O	17 473	44,1

L'erreur quadratique moyenne théorique de l'erreur quadratique moyenne des 15 sous-populations est

$$\Sigma_{15}(\Sigma_{\infty}) = \frac{1}{\sqrt{15}} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma_{\infty}. \qquad (2)$$

TABLEAU II

Ensembles de sous-populations	Moyenne des temps	σ écart quadratique moyen observé	Σ écart quadratique moyen théorique pour l'ensemble	Écart résiduel $\sqrt{\sigma^2 - \Sigma^2}$	Écart relatif (*) ‰
ABCDE	17 547	98,7	15	97,7	5,6
FGHIJ	17 492	21,6	15	15,5	0,9
KLMNO	17 489	32,1	15	28,4	1,6
Total ...	17,509				

(*) Écart relatif $= \dfrac{\text{écart résiduel}}{17\ 509}$

D'autre part, expérimentalement on peut calculer l'erreur quadratique moyenne (qu'on ramène à un nombre infini de mesures)

$$\sigma_{\infty j} = \sqrt{1/(n-1)} \sum_{i=1}^{n} y_{ij}^2 \qquad (3)$$

y_{ij} est l'écart entre la mesure i de la sous-population j et la moyenne des mesures dans la même sous-population.

$$n = 17 \qquad p = 15.$$

De même [5],

$$\sigma_{15}(\sigma_\infty) = \frac{1}{\sqrt{p-1}} \sqrt{\sum_{j=1}^{j=p} (\sigma_{\infty j} - \overline{\sigma_{\infty j}})^2} \qquad (4)$$

Le tableau ci-dessous donne les résultats du calcul de Σ_∞ dans différentes hypothèses, ainsi que le résultat expérimental : $\overline{\sigma}_{\infty j}$.

Générateur X stable	Générateur X fluctuant de 1/1 000	Générateur X fluctuant de 2/1 000	Expérimental $\overline{\sigma}_{\infty j}$
61,9	64,3	71,1	64,5

L'accord est rendu excellent si l'on suppose que l'amplitude des fluctuations rapides du générateur est de l'ordre de 1/1 000.

Enfin, $\sum_{15} \left(\Sigma_\infty\right) = 11{,}3$ et expérimentalement $\sigma_{15}(\sigma_\infty) = 11{,}3$.

On constate que l'écart de chaque sous-population a comme valeur moyenne, celle attendue dans l'hypothèse de l'indépendance des photons. La fluctuation des écarts types a aussi la valeur attendue, bien que certains s'écartent nettement en plus ou en moins de cette valeur moyenne.

L'examen de la fluctuation des moyennes subdivisée en 3 groupes de 5 (tableau II), montre qu'après une période d'environ 2 jours, les fluctuations lentes dans l'appareil se stabilisent aux alentours de 1 à 2 ‰. Une étude plus poussée serait nécessaire pour savoir si cette période initiale est due au générateur ou à l'équilibre thermique de la salle.

Conclusion. — Cet appareil est d'un encombrement supérieur à celui d'un appareil réalisé à partir d'éléments spéciaux. Mais l'utilisation d'organes préexistants a épargné une grosse partie de mise au point et de fabrication.

De cette façon l'appareil a pesé nettement moins dans le budget du laboratoire, tout en fournissant une plus grande sécurité de fonctionnement.

Manuscrit reçu le 21 juin 1960.

Convention de schéma

Le numéro des fils est conservé sur tous les dessins.

Le signe —▽6→ indique le fil n° 6, la flèche indique le sens de l'action.

[6] indique la prise de départ ou d'arrivée du fil 6.

prise coaxiale.

Sur les dessins 1 et 4 les organes dessinés en trait épais sont ceux ajoutés à la décade normale.

N1 lampe néon figurant le chiffre 1.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Tournarie (M.), *Bull. Soc. Franc. Min. Crist.*, 1958, 81, 278-286.
[2] Tournarie (M.), Fac. Sciences de Paris (Thèse).
[3] Perio (P.), Fac. Sciences de Paris (Thèse).
[4] Belbeoch (B.), Perio (P.) et Piekarski (C.), *Bull. Soc. Franç. Minér. Crist.*, 1960, lxxxiii, 206-8.
[5] Brard (R.), Calcul de probabilités de l'École Polytechnique, 1948, 4.
[6] Documentation technique du services des constructions électriques du C. E. N. de Saclay.
[7] Perio (P.) et Tournarie (M.), Brevet n° 1 082 828.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 11.
TOME 21, NOVEMBRE 1960, PAGE 187 A.

STABILISATEURS PASSIFS DE TENSION OU DE COURANT EN PONT

Par A. CARAVEL,
Laboratoire d'Électrotechnique de la Faculté des Sciences de Grenoble.

Résumé. — Une diode Zener utilisée comme stabilisateur laisse subsister une légère variation de la tension de sortie quand la tension d'alimentation change. On supprime cet effet résiduel en prenant la diode comme branche d'un pont de Wheatstone équilibré en régime dynamique. Par un choix judicieux des éléments, on peut obtenir une faible résistance de sortie. Le même principe peut s'appliquer aux pentodes pour une régulation de courant.

Abstract. — The use of a stabilizing Zener diode leaves a slight variation of the output voltage when the input voltage varies. To suppress this residual effect the diode is introduced into a Wheatstone bridge as one of the arms and the bridge dynamically balanced. A careful choice of the elements gives a small output resistance. The anode current of a pentode can be regulated by the same means.

Les éléments stabilisateurs usuels de tension ou de courant (tubes au néon, diodes Zener, pentodes, etc.) ont une caractéritique tension (V) — courant (I) présentant une région où, soit V, soit I, est à peu près constant. Cependant il subsiste une faible variation de la grandeur dite stabilisée quand on modifie l'autre. Il est possible de compenser cette variation résiduelle par un montage en pont ; la compensation obtenue sera d'autant meilleure que la caractéristique sera plus rectiligne et le domaine de variation plus restreint.

I. **Stabilisation de la tension.** — Prenons par exemple une diode Zener comme branche d'un

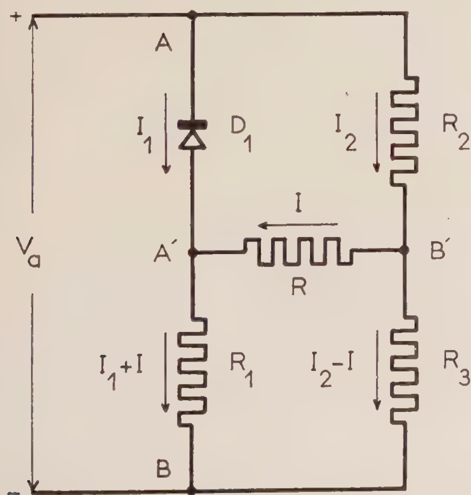


Fig. 1.

pont de Wheatstone comportant par ailleurs des résistances pures (*fig.* 1). La tension continue d'alimentation V_a est appliquée entre A et B et on recueille la tension de sortie V_S entre A' et B'. R est la résistance de charge (utilisation).

La caractéristique courant-tension de la diode Zener D_1 est connue (*fig.* 2). On poura la repré-



Fig. 2.

senter, au moins dans un domaine de variation de I_1 pas trop étendu par

$$V_1 = V_{0_1} + \rho_1 I_1 \tag{1}$$

où ρ_1, résistance dynamique, a une valeur faible.

L'expression du courant I débité sur la charge R est

$$I = \frac{\dfrac{\rho_1 R_3 - R_1 R_2}{(R_1 + \rho_1)(R_2 + R_3)} V_a + \dfrac{R_1}{R_1 + \rho_1} V_{0_1}}{R + \dfrac{R_1 \rho_1}{R_1 + \rho_1} + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}. \tag{2}$$

Ce courant est indépendant de la tension d'alimentation V_a, et il en est de même de la tension de sortie $V_S = RI$, si

$$\rho_1/R'_1 = R_2/R_3. \qquad (3)$$

En remplaçant la diode Zener par sa résistance dynamique on réalise un pont de Wheatstone équilibré. L'intérêt de la diode Zener est d'avoir une force contre-électromotrice V_{0_1} qui superpose à cet équilibre un régime continu créant une tension aux bornes de R. La tension V_a reste cependant nécessaire pour fixer le point de fonctionnement dans la région intéressante de la caractéristique ; on ne peut pas trop la réduire car il faut maintenir un courant I_1 suffisant.

Lorsque le système fonctionne à vide, c'est-à-dire s'il n'y a pas de charge R, la tension de sortie devient V_{Sv}, limite de RI lorsque R croît indéfiniment. On a, d'après (2)

$$V_{Sv} = \frac{\rho_1 R_3 - R_1 R_2}{(R_1 + \rho_1)(R_2 + R_3)} V_a + \frac{R_1}{R_1 + \rho_1} V_{01} \qquad (4)$$

et quand le pont avec ρ_1 est équilibré, c'est-à-dire quand la relation (3) est satisfaite :

$$V_{S_0} = \frac{R_1}{R_1 + \rho_1} V_{01}.$$

Cette dernière tension est donc déterminée très simplement à partir de V_{0_1} et elle tend vers V_{0_1} lorsque R_1 devient d plus en plus grand devant ρ_1. Ce sont là les conditions idéales d'utilisation comme tension de référence particulièrement stable, d'autant plus que V_{0_1} peut n'être pratiquement pas affectée par des variations de température.

Résistance de sortie. — Quand le pont est équilibré en régime dynamique, la tension de sortie vaut

$$V_S = RI = R.\frac{\dfrac{R_1}{R_1 + \rho_1} V_{01}}{R + \dfrac{R_1 \rho_1}{R_1 + \rho_1} + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}.$$

La résistance de sortie est donc :

$$P_S = \frac{R_1 \rho_1}{R_1 + \rho_1} + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

Ceci permet de se rendre compte dans quelle mesure la tension de sortie peut être indépendante de la charge R.

Considérons les deux cas suivants :

a) $R_1 \gg \rho_1$ ceci entraîne, pour satisfaire à la relation (3) $R_3 \gg R_2$ ainsi, la résistance de sortie est sensiblement égale à $\rho_1 + R_2$ et si, de plus, on choisit R_2 assez petit devant ρ_1 (on est limité dans cette voie par le débit imposé à la source à vide) R_S devient de l'ordre de ρ_1. Dans ces conditions la tension de sortie vaut sensiblement V_{0_1}. Avec les valeurs les plus courantes de V_{0_1}, elle pourra être de l'ordre d'une dizaine de volts et si $\rho_1 = 25\ \Omega$, R pourra descendre jusqu'à 2 500 ohms si l'on admet une variation de tension V_S de 1 % au plus, ainsi le courant maximum que l'on pourra fournir sera de l'ordre de 4 mA.

b) $R_1 \ll \rho_1$ et $R_3 \ll R_2$, la résistance de sortie est seulement de l'ordre de $R_1 + R_3$, elle peut être, rendue assz faible vis-à-vis de ρ_1 mais alors la tension V_S est de l'ordre de $\dfrac{R_1}{\rho_1} V_{0_1}$, donc réduite. Les diodes Zener à forte tension de référence sont donc particulièrement intéressantes dans ce cas pour obtenir des tensions de sortie qui ne soient pas trop petites. Ici, contrairement à ce qui se passe dans le cas précédent, la tension de sortie dépend à la fois de V_{0_1} et de ρ_1 ; or même en admettant que V_{0_1} est insensible aux variations de température, il n'en est pas ainsi pour ρ_1, bien que le coefficient de température soit faible.

(Remarquons également qu'une variation de ρ_1 déséquilibre le pont et introduit un terme en V_a dans la tension de sortie, nous reprendrons cette question plus loin).

Ces propriétés se retrouvent dans le premier cas ($R_1 \gg \rho_1$) si on place une résistance R'_1 en parallèle sur la diode Zener, puisque les deux relations :

$$V_1 = V_{01} + \rho_1 I_1$$

et

$$I'_1 = I_1 + (V_1/R'_1)$$

conduisent à

$$V_1 = \frac{R'_1}{\rho_1 + R'_1}(V_{01} + \rho_1 I'_1).$$

La réduction de la résistance ρ_1 dans le rapport $R'_1/(\rho_1 + R'_1)$ pour réduire la résitance de sortie entraîne la même variation relative sur V_{0_1}. En conclusion, on s'en tiendra, en général, au premier montage envisagé ($R_1 \gg \rho_1$).

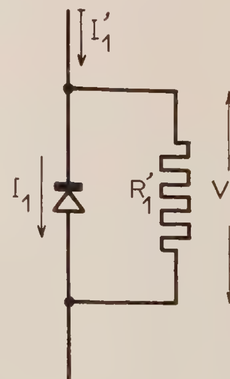


Fig. 3.

INFLUENCE D'UNE VARIATION DE ρ_1 SUR LA TENSION DE SORTIE. — Une variation de température peut, par exemple, modifier ρ_1. Supposons une variation $\Delta\rho_1$ à partir de la valeur d'équilibre. Dans le cas le plus général la tension de sortie à vide (donnée par la relation (4)) s'écrit aussi :

$$V_S = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_a - \frac{R_1}{\rho_1 + R_1} (V_a - V_{01}). \qquad (7)$$

Une variation $\Delta\rho_1$ entraîne une variation ΔV_S telle que

$$\Delta V_S = \frac{R_1}{(R_1 + \rho_1)^2} (V_a - V_{01})$$

et, en valeur relative, à partir de la tension V_{S0} à l'équilibre, donnée par (5)

$$\frac{\Delta V_S}{V_{S0}} = \frac{\rho_1}{R_1 + \rho_1} \cdot \frac{V_a - V_{01}}{V_{01}} \cdot \frac{\Delta\rho_1}{\rho_1}. \qquad (8)$$

Pour préciser, donnons-nous quelques valeurs numériques. $\rho_1 = 25$ ohms, $V_1 = 10$ volts pour $I_1 = 10$ mA, ce qui correspondrait à une résistance apparente de 1 000 Ω pour la diode Zener. Avec $V_a = 100$ volts on prendra $R_1 = 9\,000$ ohms, ce qui donne $\rho_1/(R_1 + \rho_1) = 1/360$ tandis que $(V_a - V_{01})/V_{01} \simeq 9$ puisque V_{01} diffère très peu de V_1 par suite

$$\frac{\Delta V_S}{V_S} = \frac{1}{40} \frac{\Delta\rho_1}{\rho_1}.$$

Ainsi les variations de ρ_1 ont une influence réduite sur V_{01} quand $R_1 \gg \rho_1$.

Dans le cas contraire où $R_1 \ll \rho_1$, pour lequel la résistance de sortie, mais aussi la tension de sortie sont réduites, le premier facteur dans (8) serait voisin de 1 et c'est le second qui serait petit, donnant encore

$$\Delta V_S / V_S \ll \Delta\rho_1/\rho_1.$$

La seule variation de V_{S0} donnerait, d'après la relation (5)

$$\frac{\Delta V_{S0}}{V_{S0}} = \frac{-\rho_1}{R_1 + \rho_1} \cdot \frac{\Delta\rho_1}{\rho_1}$$

ce qui, avec les valeurs numériques du cas où $R_1 \gg \rho_1$, conduit à $-\frac{1}{360} \frac{\Delta\rho_1}{\rho_1}$; alors l'effet de déséquilibrage du pont est plus important que celui de la variation de V_{S0}.

Dans le cas où $R_1 \ll \rho_1$:

$$\Delta V_S / V_S \simeq - \Delta\rho_1/\rho_1$$

la variation srait plus importante mais elle est plus que compensée par l'effet de déséquilibrage du pont, qui inverse le sens de la variation.

En charge, il faudrait en outre faire intervenir la variation de la résistance de sortie, donc la variation relative du dénominateur de (2) dont l'importance dépend de la valeur de la résistance de charge R.

II. **Stabilisation de courant.** — Par dualité, on peut prévoir des propriétés analogues aux précédentes pour un pont comportant un dipôle fournissant un courant presque constant quand la tension varie.

Nous considérerons par exemple une pentode. La caractéristique peut, dans un domaine étendu, être représentée par une expression de la forme (1) mais où V_{01} est négatif et très grand en valeur absolue ; ρ_1 est aussi très élevé.

Par rapport au montage précédent, le changement de signe de V_{01} entraîne un changement de polarité des bornes de sortie A′ et B′ (*fig.* 4). Il est clair que la condition rendant I indépendant de V_a est toujours (3). Ici, il est plus intéressant d'exprimer la relation (1) sous la forme

$$V_1 = \rho_1(I_1 - I_{01}) \text{ avec } V_{01} = -\rho_1 I_{01}.$$

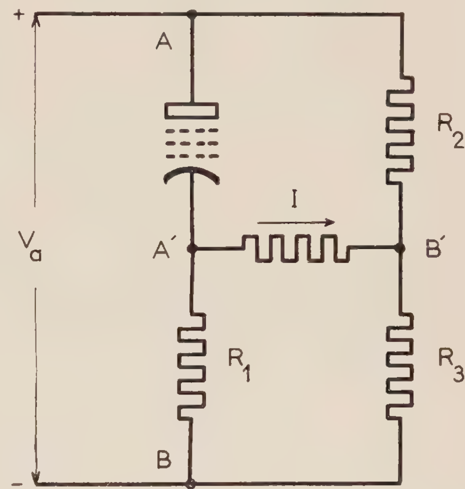


FIG. 4,

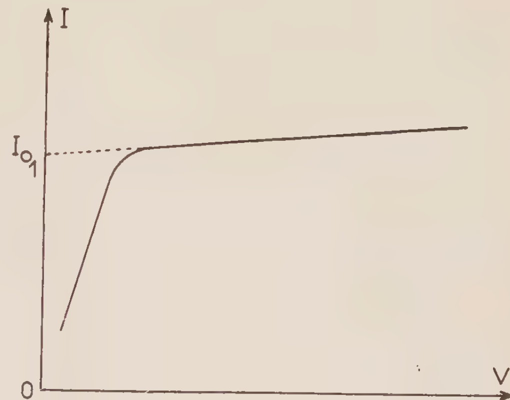


FIG. 5.

Le courant I devient donc, d'après (2), si l'on suppose réalisée la condition de stabilisation :

$$I = \frac{\rho_1' I_{0_1}}{R + \rho_1' + R_2'}$$

en posant

$$\rho_1' = \frac{\rho_1 R_1}{R_1 + \rho_1}$$

et

$$R_2' = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

On rend l'influence de R aussi faible que possible au dénominateur en élevant le plus possible ρ_1' ou R_2'. Or ρ_1' est au plus égal à ρ_1, quand R_1 est très supérieur à ρ_1. On est donc limité de ce côté et il reste la ressource de prendre R_2 et R_3 très grands. Comme R_2' est à la fois inférieur aux deux, le plus intéressant est de prendre $R_2 = R_3$ et tous deux très supérieurs à ρ_1, alors

$$R_2' = R_2/2 = R_3/2$$

(il faudra donc que R ne s'approche pas trop de cette valeur).

Dans ce cas le courant I est sensibleent égal à la fraction ρ_1'/R_2' de I_{0_1} ; pour avoir le plus grand courant possible on est donc amené à choisir $R_1 \gg \rho_1$ pour avoir ρ_1' sensiblement égal à son maximum ρ_1 (ce qui est pratiquement difficile puisque ρ_1 est déjà de l'ordre de plusieurs mégohms.) On remarque que le courant a l'inconvénient de dépendre à la fois de I_{0_1} et de ρ_1.

Par contre, I sera presque égal I_{0_1}, si ρ_1' est le terme prépondérant dans $R + \rho_1' + R_2'$; alors on ne pourra pas utiliser des résistances de charge aussi grandes que dans le cas précédent, mais le courant I ne dépendra plus guère que de I_{0_1} et très peu de ρ_1.

Ces résultats sont tout à fait analogues à ceux obtenus avec une diode Zener. Par rapport à elle, dans une pentode, on a l'inconvénient de l'influence de la tension de chauffage et de celle d'écran. L'influence de la tension de grille de commande pouvant être considérée plutôt comme un avantage puisqu'elle permet de régler la valeur de I_{0_1}. Les mêmes résultats s'obtiennent avec un transistor dans le montage avec base à la masse ; mais la nécessité de fournir déjà un courant d'émetteur très stable ote tout intérêt à son emploi.

Conclusion. — De tous les montages possibles que nous venons de passer en revue, c'est certainement le premier, avec une diode Zener, qui est le plus intéressant, c'est celui que nous avons retenu pour assurer l'alimentation d'un pH mètre. Il permet d'obtenir, à partir de tensions moyennes, des tensions de référence très stables de l'ordre de la dizaine de volts.

Manuscrit reçu le 21 juillet 1960.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 11.
TOME 21, NOVEMBRE 1960, PAGE 191.

SÉPARATEUR D'ISOTOPES A DOUBLE DÉFLEXION MAGNÉTIQUE POUR LA PRODUCTION D'ISOTOPES DE TRÈS HAUTE PURETÉ

Par R. BERNAS, J. L. SARROUY, J. CAMPLAN,
Laboratoire de Physique Nucléaire, Faculté des Sciences de Paris, Orsay (Seine-et-Oise).

Résumé. — Le séparateur électromagnétique du Laboratoire de Physique Nucléaire d'Orsay est constitué par un analyseur magnétique à secteur de 60° en champ homogène suivi d'un analyseur semi-circulaire à champ inhomogène du type Svartholm-Siegbahn. Les coefficients d'enrichissement atteints sont de 10 à 100 fois plus élevés que ceux obtenus avec les autres types de séparateurs alors que l'intensité des courants ioniques utiles reste voisine d'un milliampère.
On donne une description de l'appareil ainsi que les premiers résultats obtenus lors de la séparation des isotopes de quelques éléments : Cr, Sr, Yb, Hg, U, etc...

Abstract. — The electromagnetic separator of the Nuclear Physics Laboratory of Orsay is made up of a 60° sector homogeneous magnetic field analyser followed by a semi-circular inhomogeneous field analyser of the Svartholm-Siegbahn type. The enrichment factors reached are from ten to a hundred times higher than those obtained with the other types of separators while the ion beam intensity remains in the neighbourhood of 1 milliampere.
A description of the instrument is given as well as the first results obtained in the separation of the isotopes of a few elements : Cr, Sr, Yb, Hg, U, etc...

I. Introduction. — La production d'isotopes séparés en quantités pondérables qui s'était développée considérablement après 1945 a facilité ou a rendu possible de nombreuses études dans des domaines variés allant de la physique nucléaire et de l'optique jusqu'à la chimie la plus classique, grâce à la méthode de dilution isotopique. Des réserves d'isotopes enrichis de la quasi-totalité des éléments ont été constituées dans les différents grands centres de production (Oak-Ridge, Harwell, Moscou) et sont aisément disponibles.

Toutefois, la méthode même de préparation de ces isotopes en quantités de l'ordre du gramme par les séparateurs électromagnétiques, a conduit dans une certaine mesure à sacrifier la pureté pour atteindre la quantité.

Or, dans de nombreuses études, il est devenu indispensable de disposer d'isotopes beaucoup plus purs que ceux actuellement séparés.

Ceci est notamment le cas lorsque deux isotopes voisins ont des sections efficaces très différentes pour une même réaction nucléaire, ou lorsque leurs abondances sont dans des rapports de l'ordre de, ou supérieurs, à 100.

En spectroscopie nucléaire, il faut pouvoir séparer nettement des isotopes émettant des rayonnements de même nature et d'énergie très voisine en des proportions très différentes ; il en est de même en optique pour les études mettant en jeu les structures hyperfines.

Enfin, la méthode de dosage par dilution isotopique avec des isotopes stables représente un domaine d'utilisation important dont la sensibilité dépend, dans une large mesure, de la pureté de l'entraîneur isotopique disponible.

La préparation d'isotopes très purs par recyclage d'un mélange déjà enrichi est pratiquement exclue par le faible rendement des séparateurs électromagnétiques (1 à 5 %), sauf dans des cas exceptionnels de fonctionnement quasi-industriel et ceci à grands frais.

Il nous a semblé plus opportun, pour atteindre des puretés isotopiques très élevées, de procéder à une double dispersion d'un même faisceau ionique par deux analyseurs magnétiques successifs. Le principe de cette double déviation magnétique a déjà été utilisé en spectrométrie de masse par Inghram et Hess, en 1953 [1] et par White et Collins en 1954 [2], afin de déterminer avec précision les abondances de certains isotopes rares. En séparation électromagnétique, Cassignol [3], a réalisé le premier dispositif à deux déviations successives : un étage électrostatique succédant à un étage magnétique classique. Il a obtenu ainsi des résultats intéressants ; toutefois, l'analyseur électrostatique ne pouvant effectuer que la dispersion des énergies ou des états de charge, n'apporte aucune dispersion supplémentaire des masses et la pureté finale est ainsi réduite. D'autre part, la finesse des raies est limitée de façon critique par les effets de la charge d'espace du faisceau dans le second étage.

PERFORMANCES LIMITES DES APPAREILS A UN SEUL ÉTAGE. — Dans le tableau I, nous avons rassemblé les facteurs d'enrichissement obtenus

avec les séparateurs à très fort débit (> 100 mA) de Harwell ou Oak-Ridge. Nous les avons calculés [1] séparément pour chacun des isotopes voisins de celui collecté et d'après les analyses isotopiques fournies par ces centres.

TABLEAU I

COEFFICIENTS D'ENRICHISSEMENT DE DIVERS ISOTOPES PAR RAPPORT AUX ISOTOPES VOISINS DE MASSES IMMÉDIATEMENT INFÉRIEURE OU SUPÉRIEURE

Isotope collecté	Coefficient d'enrichissement par rapport à l'isotope de masse : Inférieure	Supérieure	Appareil
^{53}Cr	263	80	O
^{77}Se	10	7	O
^{94}Zr*	49	13	H
^{120}Sn	128	57	O
^{135}Ba	17	7	O
^{182}W*	46	24	H
^{200}Hg	7,5	4,5	O

Sauf indication contraire (*) les isotopes voisins ont des masses $m \pm 1$. L'astérisque est relative aux cas $m \pm 2$. Les lettres O et H correspondent à Oak-Ridge et Harwell.

Dans le tableau II, nous avons réuni les valeurs des facteurs d'enrichissements les plus élevés, obtenus dans les appareils à haute dispersion et à courants faibles les plus récemment construits, et nous y avons inclus pour comparaison le séparateur à deux étages de Saclay.

On notera en passant, et nous reviendrons sur ce point que dans tous ces appareils, la contamination des isotopes légers par des isotopes plus lourds est nettement prédominante. De plus, les valeurs mêmes de ces facteurs d'enrichissement ne dépassent guère quelques centaines dans les cas les plus favorables, lorsque l'isotope voisin est de masse $M \pm 1$.

Ceci justifie pleinement l'étude de dispositifs nouveaux basés sur le principe de la double monochromatisation ; le choix du dispositif permettant d'atteindre les puretés isotopiques les plus élevées devant nécessairement tenir compte de celui des processus de contamination qui est prédominant dans un étage magnétique seul. Or, si les causes principales de contamination peuvent se limiter aux quatre types ci-dessous :

1. Interactions des ions accélérés avec les molécules du gaz résiduel.
2. Défauts de focalisation résultant, soit de l'optique ionique employée, soit d'une neutralisation incomplète de la charge d'espace.
3. Inhomogénéité en énergie des ions.
4. Condensation dans les collecteurs de vapeurs issues de la source,

les études entreprises au moment où nous avons commencé notre travail ne permettaient pas de préciser avec certitude celui des processus qui était prépondérant. Seuls des résultats partiels avaient été fournis sur les appareils à très fort débit [4].

Nous avons donc essentiellement tenu compte du fait que les résultats et la forme des spectres de masse obtenus avec le séparateur construit précédemment par l'un d'entre nous [5] nous avaient conduit à considérer comme secondaire l'effet de l'inhomogénéité en énergie des ions et notre choix s'est porté sur un dispositif comportant en succession 2 filtres de quantité de mouvement.

[1] Le facteur d'enrichissement étant défini par le rapport des proportions relatives des deux isotopes dans les mélanges obtenus après et avant la séparation.

TABLEAU II

PERFORMANCES DES DIFFÉRENTS SÉPARATEURS ÉLECTROMAGNÉTIQUES A HAUTE DISPERSION

Séparateur	Type	Rayon	Isotope collecté	$\frac{\Delta m}{m}$	Coefficient d'enrichissement [2]	Mélange initial
Harwell (Hermes)	secteur magn. 90°	130 cm (1,2 mA)	240	$\frac{1}{240}$	260	239 + 240
			239	«	86	239 + 240
Oak Ridge (L. I. I. S.)	180° magn.	60 cm (1,8 mA)	235	$\frac{1}{80}$	1 000	235 + 238
Moscou	225° magn.	120 cm	207	$\frac{1}{207}$	50	207 + 208
	Inhomogène	(10 mA)	207	»	165	206 + 207
Saclay (double déviation)	60° magn. + 105° électrost.	50 cm 50 cm	201	$\frac{1}{200}$	975	200 + 201
		(0,3 mA)	201		370	201 + 202

[2] Déterminé par rapport au seul isotope voisin de celui collecté.

L'étude systématique effectuée depuis sur le séparateur de Saclay [6] a confirmé notre hypothèse, tout au moins en première approximation.

Toutefois, les performances ultimes d'un tel dispositif pourraient être limitées par les trois facteurs suivants :

1° la présence éventuelle d'ions ralentis ou n'ayant pas subi l'accélération totale ;

2° les chutes brutales de la tension d'accélération lors de claquages ;

3° les défauts dus à l'aberration d'ouverture du 1er étage.

On peut démontrer en effet dans ce dernier cas que l'emploi de deux étages magnétiques *identiques* ne permet pas d'éliminer les impuretés provenant des aberrations d'ouverture du premier étage. Il est toutefois possible d'éliminer les effets des points 2 et 3 d'une part, en introduisant un condensateur électrostatique qui interdira aux faisceaux l'entrée du 2e étage en cas de chute brutale de la haute tension et, d'autre part, en choisissant pour le 2e étage un analyseur plus dispersif que le premier.

II. **Détermination des caractéristiques.** — Le choix des caractéristiques du second analyseur a été dicté par le désir de réaliser simultanément une dispersion élevée et une longueur minimum des trajectoires ioniques. Or, ces deux conditions peuvent être satisfaites par l'emploi d'un champ magnétique inhomogène de symétrie cylindrique, tel celui proposé par Svartholm et Siegbahn. En effet, ce champ est défini par la relation :

$$H_{(r)} = H_{(r_0)} \left(\frac{r_0}{r}\right)^{\alpha} \qquad (1)$$

où $H(r)$ est l'intensité du champ sur le rayon r,
r_0 est le rayon moyen des trajectoires,
α l'indice du champ $\left(\alpha = -\frac{r_0}{H_0}\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}r}\right)$ est compris entre 0 et 1,

et la dispersion est donnée par :

$$D = \frac{1 + \mathrm{Gr}}{1 - \alpha}.$$

[Gr, le grandissement radial est égal à l'unité dans tous les cas où objet et image sont disposés symétriquement par rapport à l'analyseur] de sorte que dans ce cas, et pour $\alpha = 1/2$ par exemple, la dispersion est double de celle du champ homogène ($\alpha = 0$) de même rayon.

De plus, le champ défini par la relation (1) possède des propriétés de focalisation axiale, qu'il est intéressant de mettre à profit pour accroître la transmission de l'appareil. On sait en effet que si, pour une source ponctuelle, l'image radiale s'obtient après une déviation de

$$\Phi_r = \pi\sqrt{\frac{1}{1-\alpha}}$$

l'image axiale peut être obtenue après une déviation de

$$\Phi_z = \pi\sqrt{\frac{1}{\alpha}}.$$

Dans les dispositifs usuels axés sur l'obtention d'une luminosité maximum, on prend $\alpha = 1/2$ ce qui conduit à $\Phi_r = \Phi_z$: c'est-à-dire à la double focalisation.

Dans notre cas, le choix d'un indice sera dicté davantage par les considérations mentionnées plus

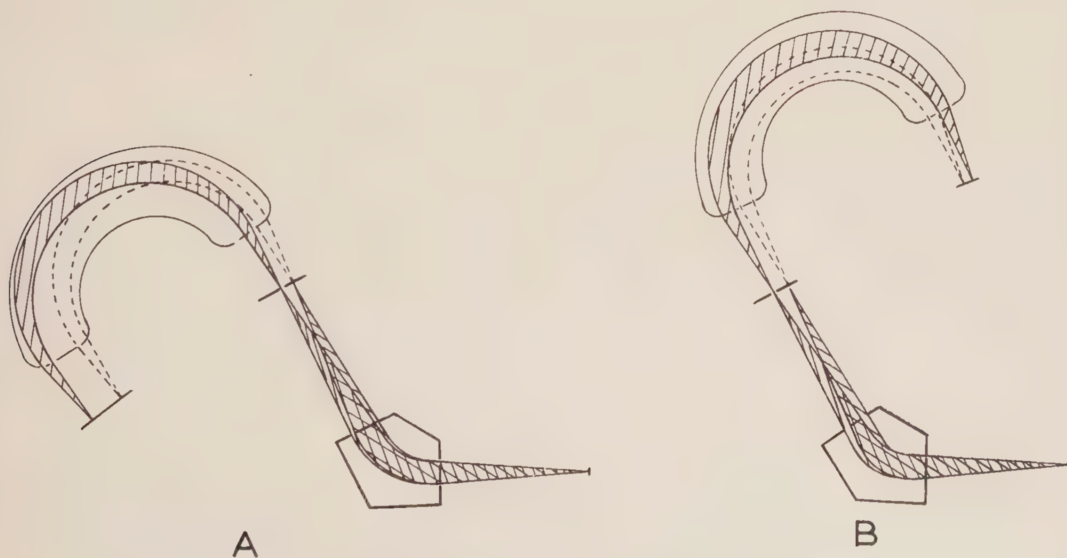


Fig. 1. — Deux dispositions possibles de la cascade magnétique :
A : les centres de courbure sont situés de part et d'autre des trajectoires. La dispersion résultante est la somme des dispersions de chaque étage. En B, les dispersions se soustraient.

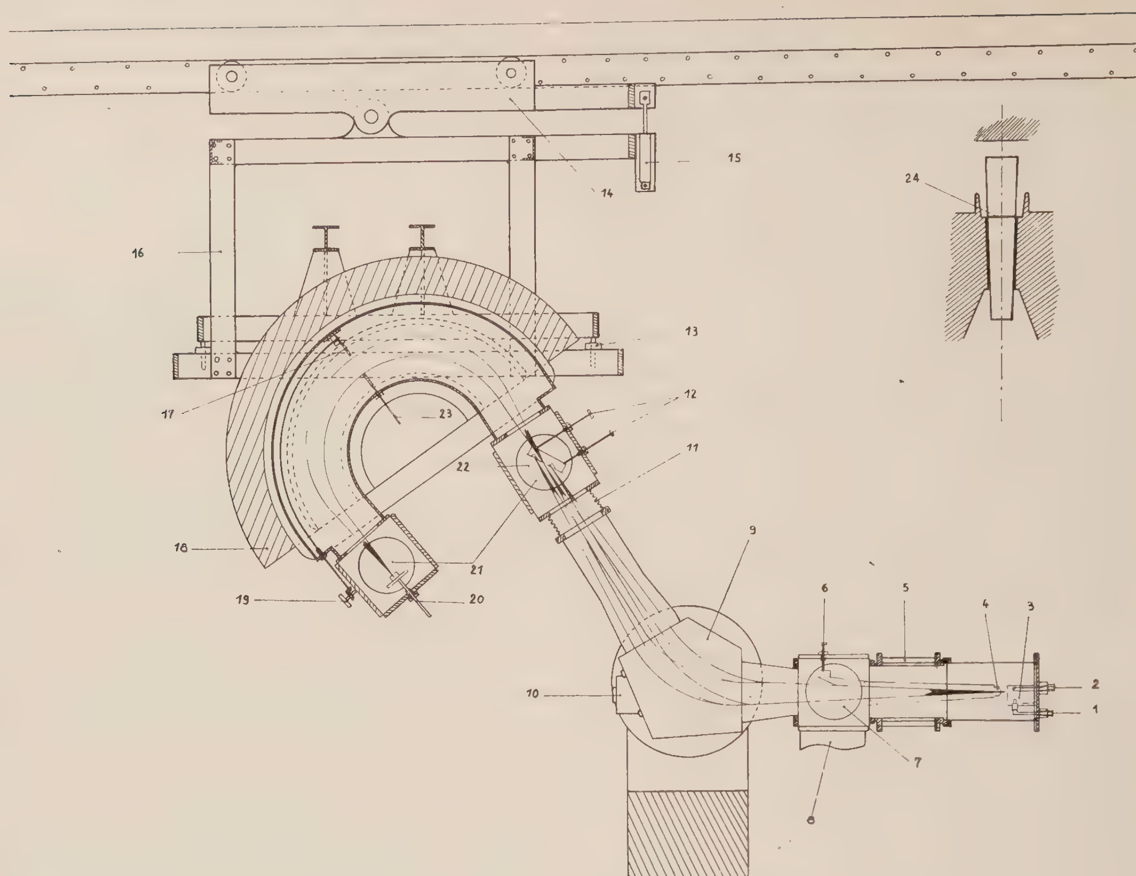


Fig. 2. — Schéma d'ensemble du séparateur :

1. Alimentation du four. — 2. Alimentation du filament. — 3. Source d'ions. — 4. Électrode accélératrice. — 5. Isolants. — 6. Commande de l'électrode. — 7. Hublot transparent. — 8. Pompage. — 9. 1er analyseur magnétique. — 10. Hublot axial. — 11. Raccord métallique souple. — 12. Commande du diaphragme mobile. — 13. Verrins verticaux. — 14. Chariot mobile. — 15. Vérin angulaire. — 16. Bâti support de l'aimant. — 17. Diaphragme supérieur. — 18. Aimant. — 19. Commande du diaphragme supérieur. — 20. Collecteur. — 21. Hublots transparents. — 22. Pompage. — 23. Diaphragme inférieur. — 24. Enretoise en acier inoxydable située dans la chambre à vide représentée en coupe entre les pôles du second analyseur.

haut que par le désir de réaliser le stigmatisme. En effet, le premier étage magnétique astigmatique fournira au second analyseur deux objets différents suivant que l'on considérera les focalisations radiale (objet situé dans le plan du diaphragme intermédiaire (*fig.* 2) ou axiale (objet reporté à l'infini : faisceau quasi parallèle aux faces polaires du premier aimant) et les conditions d'obtention d'une image quasi-ponctuelle imposeraient pour α la valeur 0,3.

Dans ce domaine ce qui est essentiel en réalité, c'est d'éliminer les pertes d'intensité dans le second étage, il suffira pour cela que le grandissement axial du système reste inférieur à l'unité, ce qui laisse une grande latitude dans le choix de l'indice.

La supériorité incontestable des secteurs magnétiques inhomogènes sur les secteurs homogènes usuels pourrait donc faire envisager leur utilisation aussi bien pour le premier que pour le second étage d'un séparateur d'isotopes. Il faut remarquer cependant que la dispersion accrue a pour corollaire une diminution de la gamme des masses que l'on peut focaliser simultanément sur un collecteur et ceci d'autant plus que la zone utile d'un entrefer à indice est généralement réduite par rapport à celle d'un champ homogène de même étendue. Or, à moins d'une spécialisation très étroite il est intéressant de pouvoir recevoir dans de bonnes conditions une gamme de masses assez large tant au premier qu'au second étage.

Le dernier point à définir concerne la disposition relative des centres de courbures des deux étages magnétiques par rapport aux trajectoires ioniques. Si, en première approximation, le choix peut paraître indifférent, le foyer intermédiaire étant considéré comme objet pour le deuxième analyseur, il apparaît préférable d'employer la disposition A de la figure 1 qui réalise en effet l'addition des

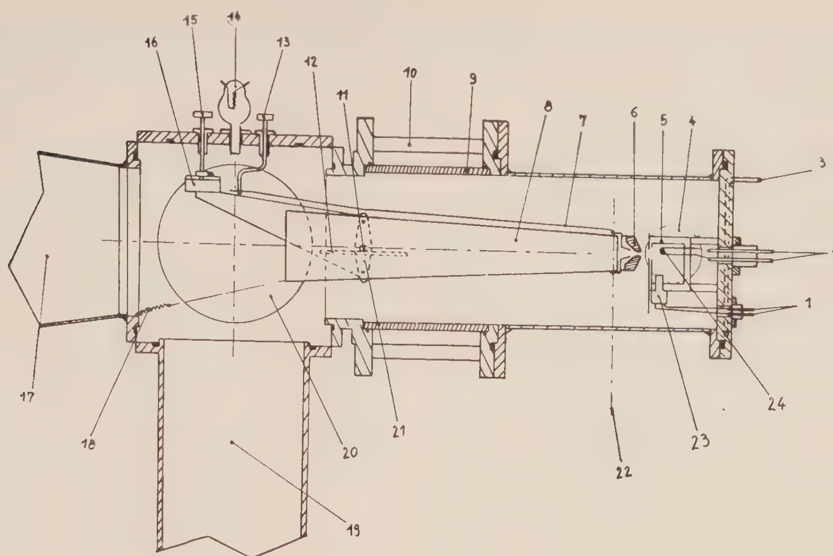


Fig. 3. — Région de la source d'ions et électrode accélératrice.

1. Alimentation du four. — 2. Alimentation du filament. — 3. Circulation d'eau. — 4. Pôle de l'électro-aimant de source. — 5. Source. — 6-8. Électrode accélératrice. — 7-13. Commande pour la rotation de l'électrode accéléatrice. — 9. Isolement Pyrex. — 10. Colonnes isolantes. — 11. Roulement pour l'avance et le recul de l'électrode. — 12. Chemin de roulement. — 14. Jauge à ionisation. — 15. Commande par came de l'avance de l'électrode accélératrice. — 16. Contrepoids. — 17. Tubulure vers la chambre de l'électro-aimant. — 18. Ressort de rappel. — 19. Tubulure de pompage et piège. — 20. Hublot transparent. — 21. Étrier de l'électrode. — 22. Axe de rotation du nez de l'électrode accélératrice. — 23. Four et creuset. — 24. Filament.

dispersions de chaque étage et permet ainsi la collection simultanée de plusieurs isotopes au collecteur final.

De plus dans la séparation des éléments très lourds où la largeur de la fente du diaphragme intermédiaire peut n'être plus négligeable par rapport à l'espacement des isotopes voisins, la disposition A permettra d'atteindre des puretés isotopiques supérieures.

III. Description de l'appareil. — La figure 2 représente un schéma du séparateur à double déviation magnétique.

Le premier étage : C'est un secteur magnétique de 60° à champ homogène calculé pour un rayon de courbure de 50 cm. Il a été réalisé par la Société Gamma-Industrie à Paris suivant les plans de l'appareil construit par l'un de nous (R. B.) au Commissariat à l'Énergie Atomique en 1953 [5] et actuellement en fonctionnement à Saclay.

Le fait que ce premier étage soit identique à celui de Saclay auquel a été adjoint depuis un étage électrostatique [3] permet de comparer valablement l'efficacité des deux types de second étage et rend possible également des études complémentaires intéressantes d'un même phénomène.

L'intensité des faisceaux d'ions au collecteur du premier étage varie de 1 à 2 mA suivant les éléments. Le pouvoir de résolution $M/\Delta M$ défini par rapport à la largeur à mi-hauteur des raies est de 400 pour ces intensités.

La tension d'accélération des ions est comprise

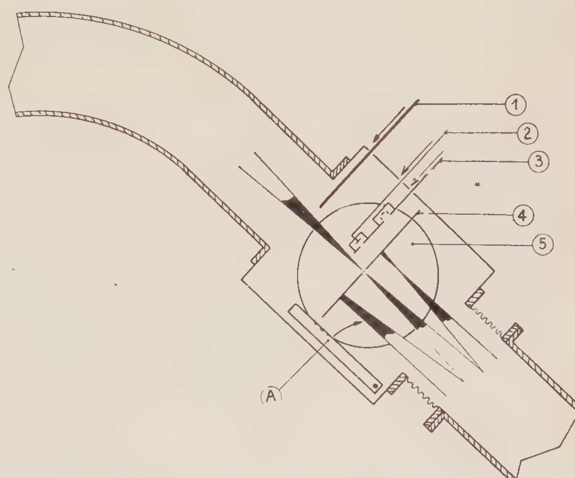


Fig. 4. — Schéma du collecteur et du diaphragme intermédiaire.

A. Clapet pour isolement du collecteur.

1. Écran de fermeture de la chambre du deuxième analyseur. — 2-3. Collecteurs amovibles permettant, soit le relevé des spectres de masse, soit le dépôt sur filaments ou sur creuset. — 4. Diaphragme intermédiaire. — 5. Hublot pour observation des faisceaux.

entre 30 et 50 kV et l'induction magnétique dans l'entrefer est suffisante pour focaliser au collecteur, des ions de masse 250 accélérés sous 50 kV.

L'extraction et la focalisation des ions s'effectue par une seule électrode portée par une structure en acier inoxydable de forme très simple. Ce support permet de régler, en cours de fonctionnement la distance source-électrode ainsi que l'orientation de cette dernière suivant les axes horizontal 11 et vertical 22 (*fig.* 3).

La région du collecteur du premier étage est constituée par un cube en alliage léger (*fig.* 4) dont les six faces sont percées d'orifices de 20 cm de diamètre permettant de placer à volonté les fenêtres d'observation, les dispositifs de réglages ou les pièges à air liquide éventuellement nécessaires. Une pompe à diffusion d'huile de 1 500 l/sec est raccordée sur l'une des faces. Le diaphragme qui permet d'isoler le faisceau ionique recherché est ajustable en position dans trois directions perpendiculaires et la surface soumise à l'impact des ions peut être recouverte de feuilles métalliques minces interchangeables lors de la séparation d'isotopes radioactifs. Le mode d'accouplement des deux étages magnétiques a été déterminé par le fait que le plan des faces polaires du premier électro-aimant était vertical. Nous avons donc fixé le second analyseur sous un chariot suspendu à deux poutres d'acier sous le plafond du hall. On supprime les efforts de tension entre les deux appareils en raccordant les deux chambres à vide par une membrane métallique flexible de grand diamètre.

Le deuxième étage. — L'étude théorique préliminaire du deuxième analyseur mentionnée plus haut nous avait amené à envisager la construction d'un secteur à champ inhomogène de symétrie radiale et d'indice α voisin de 0,5.

Pour des raisons de commodité, nous avons commandé à la Société Suédoise KBCM un aimant qui avait déjà été réalisé pour des études de spectrométrie nucléaire pour C. Mileikowsky [7].

Suivant un projet de Svartholm [8] cet aimant possède des pièces polaires coniques et le champ est de la forme :

$$H_{z(r)} = H_{z(r_0)} \frac{2r_0}{r + r_0} \qquad (2)$$

équivalente au premier ordre à la relation (1) pour $\alpha = 1/2$.

L'angle du secteur est de 180°, ce qui compte tenu du champ de fuite, correspond à une déviation de 191°4. L'entrefer de 52 mm pour $r = r_0$ est délimité par deux arcs de cercle de 330 et 470 mm de rayon. L'ouverture angulaire radiale utile est voisine de 3° ; elle est définie par un diaphragme d'ouverture réglable situé à mi-distance du foyer intermédiaire et du collecteur. La position de ce foyer, qui joue le rôle d'objet pour le second analyseur se trouve à une distance l_1 de l'ordre de 30 cm de la face d'entrée du champ magnétique et l'image obtenue est éloignée de $l_2 = 22$ cm de la face de sortie. Le diaphragme intermédiaire et le collecteur peuvent donc être disposés dans un espace convenable et sont aisément observés à travers de larges fenêtres.

L'aberration d'ouverture radiale Δx pour le cas des secteurs inhomogènes a été calculée par différents auteurs [9] et, pour la disposition que nous avons utilisée on obtient : (en unités de r_0)

$$\Delta x = M_{11} \varphi^2 \text{ où } M_{11} = -\frac{1}{2(1-\alpha)} t'^2_1 \cdot t'_2 (C_1 + C_2) \quad (3)$$

avec

$$t'_{1,2} = (1 + l'^2_{1,2})^{1/2}$$

$$l'_{1,2} = (1-\alpha)^{1/2} l_{1,2}$$

et

$$C_{1,2} = t'^{-3}_{1,2} \left[1 - \frac{2(\alpha-\beta)}{3(1-\alpha)} (2 + 3l'^2_{1,2})\right]$$

où β est le coefficient du terme du second ordre dans le développement de (1)

$$H_z(r) = H_z(r_0) \left[1 - \alpha \frac{\delta r}{r_0} + \beta \left(\frac{\delta r}{r_0}\right)^2\right] \qquad (4)$$

$$(\delta r = r - r_0).$$

Compte tenu des grandeurs caractéristiques de notre appareil :

$$\alpha = 0{,}48 \quad \beta = 0{,}25 \quad l_1 = 0{,}75 \quad l_2 = 0{,}55$$

et $\varphi \simeq \frac{1}{30}$ radian

on obtient

$$M_{11} = -0{,}44.$$

Soit

$$\Delta x = 0{,}4\ 10^{-3}\ r_0 \simeq 0{,}2 \text{ mm}$$

ce qui est tout à fait acceptable étant donnée la dispersion de l'appareil.

La position du foyer intermédiaire étant susceptible de varier légèrement en fonction des différents paramètres du faisceau (intensité, réglage de l'électrode accélératrice, etc...) les dispositifs 12 et 20 (*fig.* 2) permettent de modifier les distances l_1 et l_2 sans interrompre le fonctionnement de l'appareil.

L'influence du champ de fuite sur les trajectoires ioniques conduit à incliner le plan de la face d'entrée d'un angle compris entre 5° et 6° par rapport au plan de la face de sortie de l'analyseur du 1er étage.

La chambre à vide. — Elle est représentée schématiquement sur la figure 2 (en coupe : à droite en haut). Ses parois sont constituées par deux

feuilles d'acier inoxydable amagnétique de 3 mm d'épaisseur soudées à deux bandes courbées en arc de cercle de rayons 280 et 600 mm et hautes respectivement de 43 et 57 mm.

Cette construction présente l'avantage d'utiliser au maximum la hauteur de l'entrefer et de permettre une vitesse de pompage élevée dans la région du passage des faisceaux malgré le faible écartement des pôles. La rigidité de la chambre est obtenue par des entretoises en acier inoxydable situées hors de la zone de passage des faisceaux.

La position des deux demi-diaphragmes indépendants situés au centre de la chambre peut être réglée de l'extérieur en cours de fonctionnement. La variation rapide de l'indice due aux effets du champ de fuite provoque, en effet, des aberrations importantes qui nécessitent l'emploi de ces diaphragmes.

La chambre est fixée à la culasse de l'aimant par des supports réglables qui facilitent la mise en place et le démontage. Le pompage s'effectue par les deux extrémités ; une pompe de 1 500 l/sec située près du foyer intermédiaire étant assistée d'une pompe à diffusion de 300 l/s qui évacue la région du collecteur final (*fig.* 5) ; chaque pompe est précédée d'un piège à azote liquide. L'accès au collecteur et au diaphragme intermédiaire est rendu possible en limitant les rentrées d'air grâce aux clapets A et B (*fig.* 4 et 5).

Alimentations et régulations. — L'alimentation haute tension peut fournir 100 mA sous 50 000 V et est stabilisée à 1/5 000 [5]. Elle est réglable de façon continue.

La régulation de courant des deux électro-aimants est effectuée séparément. Le premier a une résistance de 30 ohms et peut supporter un courant de 15 ampères au maximum. Pour le deuxième ces valeurs sont respectivement de 0,1 ohm et 600 am-

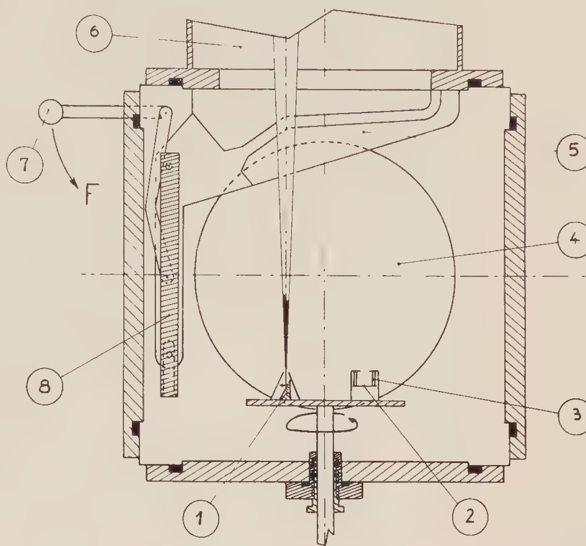


Fig. 5. — Collecteur final après double déflexion.

1. Creuset collecteur à haut rendement de collection. — 2-3. Dispositif isolé pour le relevé des spectres de masses (une rotation de 180° permet l'enregistrement ou le dépôt des isotopes en une même position). — 4. Hublot d'observation. — 5-7-8. Éléments du clapet à fermeture rapide permettant d'isoler le collecteur de la chambre à vide : 6.

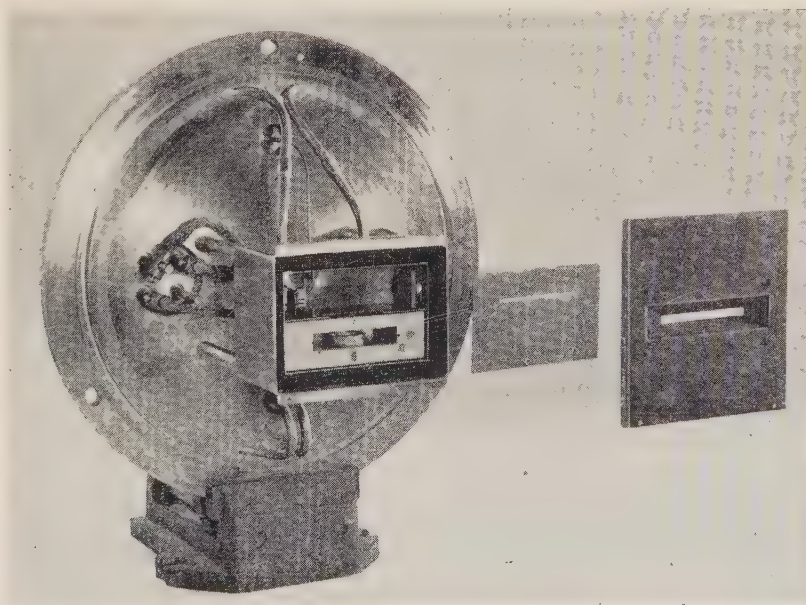


Fig. 6. — Source d'ions pour éléments à faible tension de vapeur (température de fonctionnement 1 700 °C). A gauche, dans la source : le filament ; à droite, le réflecteur d'électrons. A l'extrême droite, en écarté, la paroi antérieure et la fente d'extraction réalisée par un empilement de réflecteurs-écrans thermique.

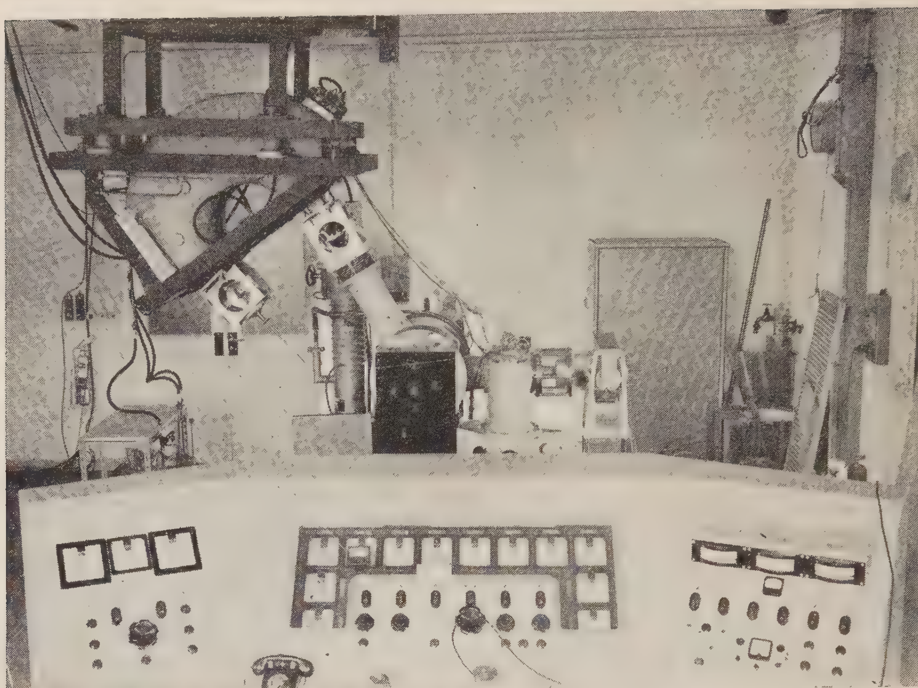


FIG. 7. — Photographie du séparateur d'isotopes.

De droite à gauche, la région de la source d'ions portée à 50 000 V ; le raccord de pompage, l'analyseur à champ homogène du premier étage, le cube collecteur contenant le diaphragme intermédiaire et auquel est raccordé la 2e pompe de 1 500 l/sec. L'analyseur à champ inhomogène monté sur son chariot et le collecteur final réglable. Le pupitre de commande comporte au centre, les réglages de la source d'ions portée à la haute-tension ; à droite, le contrôle du vide et des pompes ; à gauche les régulations des champs magnétiques et de la tension d'accélération.

pères. Ils sont alimentés par des groupes tournants. Les circuits de régulation sont classiques (*) et les résultats des mesures de stabilité effectuées pendant une durée de 30 min indiquent que les variations sont inférieures à 1/10 000 ; les dérives sont très faibles et peuvent aisément être corrigées par les opérateurs. Les alimentations haute tension, celles de la source d'ions et les pompes primaires sont situées en sous-sol à la verticale des points d'utilisation.

L'ensemble des appareils de contrôle et les commandes sont disposés dans un large pupitre (*fig.* 7) face à l'appareil.

Les alimentations des différents éléments de la source ainsi que de l'électrode de neutralisation de la charge d'espace sont analogues à celles décrites précédemment [5].

Sources d'ions. — Les sources d'ions utilisées sont dérivées de celles mises au point précédemment [10] ; elles permettent un fonctionnement sous des températures atteignant 1 700 °C (*fig.* 6) et sont conçues pour l'introduction rapide d'échantillons radioactifs [13]. Le débit ionique qu'elles fournissent atteint 10 mA, ce qui permet la séparation d'isotopes stables en quantités pondérables : (1 à 2 mA au collecteur du 1er étage) et, par l'utilisation d'un faisceau marqueur, l'identification aisée des masses des isotopes radioactifs présents en quantités impondérables. La température élevée que l'on peut atteindre dans la source permet de réduire notablement le temps de collection pour les isotopes radioactifs de nombreux éléments.

Le rendement de l'ensemble source-séparateur défini par le rapport de l'activité d'un isotope donné introduite dans la source et celle mesurée après séparation varie de 1 à 2 %. Une source d'ions du type duo-plasmatron a fourni au cours d'essais préliminaires sur le séparateur des rendements plus de 10 fois supérieurs [11] et le spectre du xénon obtenu dans ces conditions met en évidence un pouvoir séparateur très satisfaisant. L'adaptation de cette source sur le séparateur se poursuit.

IV. **Résultats expérimentaux.** — Afin de préciser l'intérêt de la double déflexion magnétique, nous avons procédé à la collection des isotopes de quelques éléments successivement au 1er et au

(*) Celui du 1er étage a été décrit précédemment [5], celui du second étage est dû à M. Cabrespine et ses collaborateurs de notre laboratoire.

2e étage de l'appareil et ceci très sensiblement dans les mêmes conditions de fonctionnement : intensité, pression, optique ionique, etc...

La très grande pureté des isotopes obtenus au collecteur final rend délicates les manipulations chimiques nécessaires à l'analyse par spectrométrie de masse des échantillons obtenus. Aussi avons-nous été amenés à utiliser une technique de dépôt direct sur le filament du spectromètre de masse des ions de l'isotope désiré (l'analyse s'effectuant par émission thermo-ionique). La figure 8 représente l'une des dispositions employées qui permet d'analyser au choix le dépôt direct sur un filament ou le dépôt sur feuille d'or obtenu simultanément. Les filaments utilisés sont en tungstène, tantale ou platine suivant les cas et sont très soigneusement purifiés avant montage dans le séparateur.

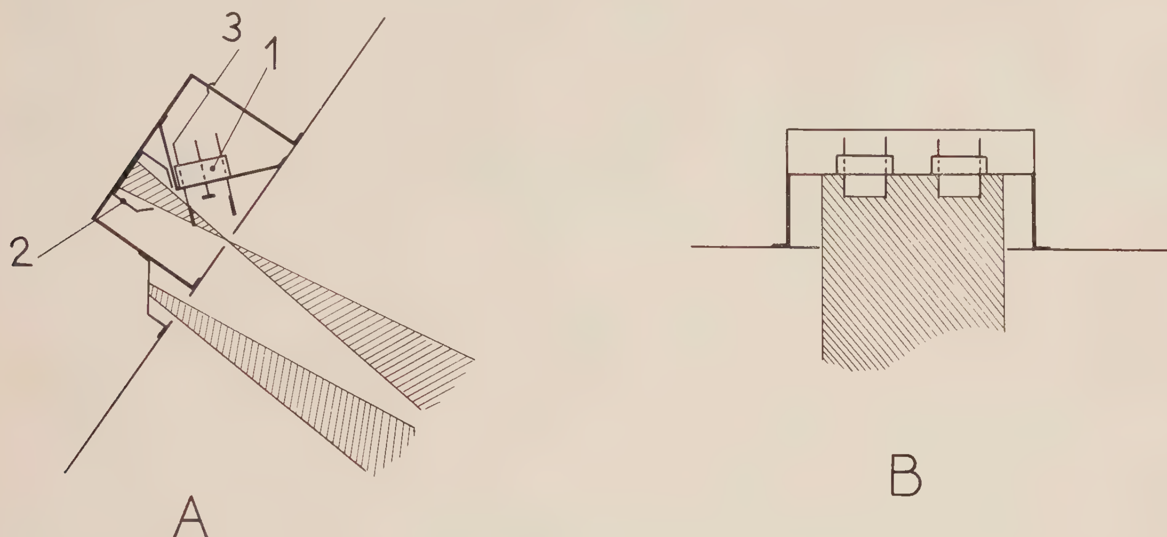


Fig. 8. — A. Dispositif de collection d'un faisceau isotopique sur un filament de spectromètre de masse en vue d'une ré-émission des ions par effet thermionique : 1. Ensemble à filament triple adapté à la source du spectromètre de masse. La mesure du courant s'effectue par la connexion 3. — 2. Creuset destiné à recueillir la fraction du faisceau ionique non déposée en 1. B. Positions respectives des deux ensembles à triple filament et du creuset.

Les quantités nécessaires à une analyse isotopique complète sont obtenues en des temps variant de quelques minutes à 1 ou 2 heures suivant l'abondance de l'isotope et la nature de l'élément.

Les résultats obtenus pour différents éléments sont rassemblés dans le tableau III.

L'absence d'une alimentation suffisante de l'analyseur 2e étage a limité pendant un an les essais aux éléments de masse inférieure à 100 et les résultats des tableaux III et IV doivent être considérés comme des performances minima, que la mise au point plus poussée de l'appareil actuellement en cours permettra d'améliorer.

L'analyse par le deuxième étage magnétique des composantes une fois chargées qui franchissent le diaphragme intermédiaire lors de la collection d'Uranium 235 est représentée sur la figure 9. A titre de comparaison, le spectre de masse du dépôt obtenu au collecteur du premier étage, lors de la même collection, est indiqué sur cette figure.

La figure 10 représente un spectre de masse du plomb au collecteur final du séparateur lorsque le diaphragme intermédiaire du 1er étage est supprimé. En réalité, pour permettre la collection simultanée de plusieurs isotopes au 2e étage, il est préférable de percer dans le diaphragme intermédiaire les fentes correspondant aux isotopes désirés plutôt que d'éliminer ce diaphragme, ceci afin d'éviter

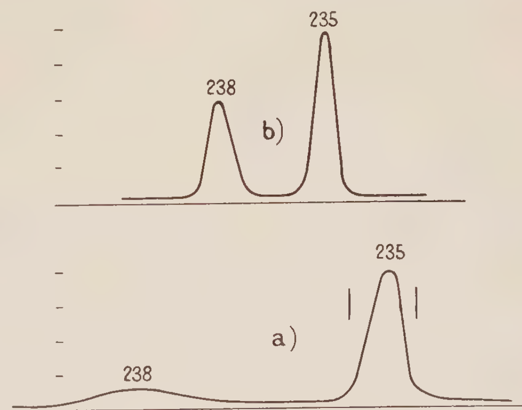


Fig. 9. — (*a*) Spectre de masse de l'Uranium (U^+) relevé au collecteur final du séparateur. Les deux traits verticaux indiquent la largeur de la fente employée lors des collections de ^{235}U.

(*b*) Spectre de masse du dépôt obtenu au collecteur du 1er étage suivant la technique de la figure 7, lors du même essai.

TABLEAU III

	Isotope collecté	Durée de collection	Type de collection	Composition isotopique (%)						Coefficient d'enrichissement t
				50	53	53	54			
Chrome			naturel	4.3	83.76	9.55	2.38			
	^{53}Cr	10 h	C	—	0.1	*99.9*				8 800
		1/2 h	F	—	0.016	*99.984*	—			52 000
		1/2 h	F	—	0.005	*99.995*	—			> 100 000
				84	52	86	87			
Strontium				0.56	9.86	7.02	82.56			
	^{87}Sr	10 min	F	—	—	*99.94*	0.06			~ 20 000
	^{84}Sr	40 h	C	96,1	0,51	0,28	3,10			~ 4 000 (*)
					151	153				
Europium					47.77	52.23				
	^{153}Eu	6 h	C		< 0.02	> *99.98*				~ 5 000
				170	171	172	173	174	176	
Ytterbium				3.03	14.31	21.82	16.13	31.84	12.73	
	^{170}Yb	1 h	F	*98.85*	0.363	0.257	0.150	0.307	0.069	1 300 (*)
	^{173}Yb	1 h 30	F				*99.85*	0.117		1 700 (*)
	^{174}Yb	13 h	C					99.95	0.035	~ 10 000-12 000
				198	199	200	201			
Mercure				10.02	16.84	23.13	29.80			
	^{199}Hg	20 h	C	0.2	⩾ *99*	0.5	0.2			Pollution importante par des vapeurs non condensées.
					135	238				
Uranium					0.7	99.3				
	^{235}U	1 h	F		*99.0*	1.0				14 000
		1 h	F		*98.75*	1.25				11 000
	^{238}U	1/2 h	F		⩽ 5.10^{-6}	*99.9995*				> 1 400 essai préliminaire

(*) Pollution par l'élément naturel.

F : dépôt direct sur filament. C : dépôt sur collecteur usuel.

TABLEAU IV

COMPARAISON DES COEFFICIENTS D'ENRICHISSEMENT OBTENUS AVEC UN ET DEUX ÉTAGES DANS LES MÊMES CONDITIONS EXPÉRIMENTALES

Isotope étudié	Type de collection 1er étage	2e étage	Coefficient d'enrichissement (*) au 1er étage (γ_1)	au 2e étage (γ_2)	$\frac{\gamma_2}{\gamma_1}$
^{53}Cr	F	F	540 (1)	52 000 à 100 000	100 à 200
^{87}Sr	F	F	305	20 000	66
^{170}Yb	F	F	100	1 300	13 (**)
^{173}Yb	F	F	92 (1)	8 000 ((1)	87
^{173}Yb	F	F	47	1 700	38
^{235}U	F et C	F	200	14 000	70

(*) Défini par rapport à l'isotope voisin de masse supérieure sauf (1) ou il s'agit de l'isotope $M - 1$.
(**) Pollution par Yb naturel responsable de cette faible valeur.
F : dépôt direct sur filament ;
C : dépôt sur un collecteur usuel.

le fond continu visible dans la figure 10 et provenant des ions diffusés dans le 1er étage.

L'amélioration apportée par le 2e étage magnétique apparaît dans le tableau IV qui donne les

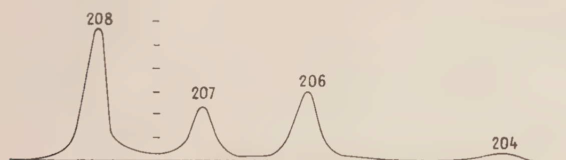


Fig. 10. — Spectre de masse du plomb au collecteur final après suppression du diaphragme intermédiaire (cas de la collection simultanée de plusieurs isotopes au deuxième étage).

valeurs des coefficients d'enrichissement obtenus au 1er étage et au 2e étage dans les mêmes conditions.

L'exemple de ^{173}Yb donné à titre indicatif montre, ainsi que de nombreux autres essais, que la contamination préférentielle par les lourds est également valable pour un séparateur à double déviation magnétique.

Séparation d'isotopes radioactifs. — Les différents éléments du séparateur se prêtent particulièrement bien à la séparation d'isotopes radioactifs. En premier lieu la contamination du second étage d'analyse peut être réduite à un minimum grâce à l'interposition du diaphragme intermédiaire (qui peut être refroidi à la température de l'azote liquide) et à un pompage efficace à ce niveau.

La simplicité de la source d'ions qui ne comporte pas d'isolement haute tension et celle de la structure de l'électrode accélératrice permettent une décontamination rapide. L'introduction d'échantillons radioactifs s'effectue en 1 ou 2 minutes grâce à un sas dans la source d'ions et la sortie des cibles isotopiques séparées est possible en moins d'une minute. Ainsi lors des séparations répétées des isotopes du mercure [12] contenus dans une feuille d'or irradié, le temps écoulé entre l'arrivée des feuilles auprès du séparateur et la sortie des cibles isotopiques des collecteurs du 1er ou 2e étage, ne dépasse pas 3 à 4 minutes.

La collection simultanée des isotopes compris dans une gamme de masse de $\pm$ 5 % autour d'une masse moyenne au 1er étage et de $\pm$ 2,5 % au 2e étage est possible. Cette technique a permis la mesure des sections efficaces relatives de certaines réactions de spallation [14].

On peut également remplacer le collecteur usuel (20 *fig.* 2) par un ensemble photomultiplicateur et conduit de lumière (*fig.* 11) qui permet d'étudier directement les rayonnements émis par des isotopes

TABLEAU V

ISOTOPES RADIOACTIFS SÉPARÉS AU 1er ET AU 2e ÉTAGE

^{197}Hg, ^{195}Hg, ^{194}Hg ^{193}Hg, ^{192}Hg	*197 à 188.* Collection simultanée au 1er étage (mesure des sections efficaces relatives de production).
^{192}Hg, ^{191}Hg, ^{190}Hg ^{189}Hg, ^{188}Hg	*192 à 188.* Séparations individuelles au 2e étage pour études de spectroscopie β et γ [12, 14].
^{187}Hg, ^{186}Hg, ^{185}Hg	Étude spectroscopique directe aux scintillateur au collecteur du 2e étage (périodes étudiées voisines de 4 min et 80 secondes et 50 sec) [15].
^{194}Au, ^{195}Au, ^{196}Au	Études au 2e étage (spectroscopie γ).

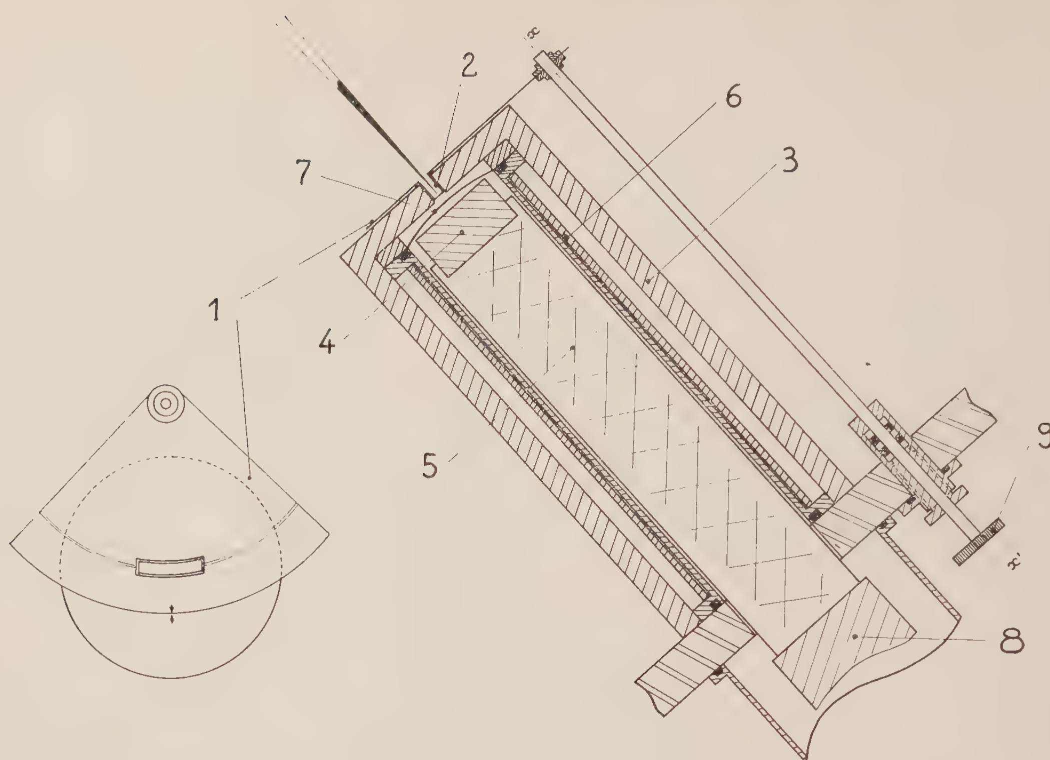


Fig. 11. — Schéma du dispositif permettant l'étude directe des isotopes radioactifs à vie courte dans le séparateur d'isotopes. Le faisceau marqueur (isotope stable) est mis en place sur le repère circulaire de l'écran d'aluminium (1). Celui-ci est escamoté lors du dépôt de l'isotope actif et laisse apparaître un creuset d'aluminium mince (2) inséré dans l'écran de plomb (3). Le scintillateur et le conduit de lumière sont dans une enceinte (6) à l'air libre et séparés du collecteur par une feuille métallique mince (7). (8) : photomultiplicateur. (9) Dispositif permettant la rotation de l'écran 1. Le creuset 2 est aisément remplacé après une séparation et élimine tout risque de contamination.

à courte période et de faible activité, même en présence d'isotopes voisins hautement radioactifs. Cette dernière caractéristique est due à la possibilité d'intercepter les isotopes parasites par le diaphragme du 1er étage situé à 1 m de distance et d'introduire un écran de plomb efficace entre les deux collecteurs. Cette technique a été utilisée notamment pour mettre en évidence de nouveaux isotopes à vie courte du mercure : ^{185}Hg, ^{186}Hg, ^{187}Hg [15].

V. Discussion des résultats. Contamination résiduelle. — Les résultats obtenus montrent que la double déviation magnétique présente des avantages très importants par rapport aux dispositifs utilisés jusqu'alors. Les coefficients d'enrichissement sont plus de 10 fois supérieurs à ceux des appareils à simple déviation magnétique ou à la cascade mixte magnétique-électrostatique.

Il peut être intéressant de comparer aux nôtres les résultats obtenus par cette dernière pour un même élément, à courant au collecteur sensiblement égal (0,3 mA total) et pendant une durée analogue.

Les coefficients d'enrichissement (γ_1 et γ_2) publiés pour ^{235}U pour les 1er et 2e étages sont respectivement 20 et 500 (cascade mixte) [17] 200 et 14 000 (cascade magnétique). L'amélioration importante apportée par la 2e déviation magnétique est donc évidente.

Les puretés isotopiques que nous avons atteintes permettent de répondre à la quasi-totalité des problèmes qui se posent actuellement aux utilisateurs et notamment de fournir des traceurs extrêmement purs d'un grand nombre d'éléments pour les études par dilution isotopique.

Toutefois des améliorations substantielles pourront être obtenues. En effet, l'étude du tableau IV montre que le coefficient d'enrichissement correspondant au second étage seul est inférieur à celui du premier, or les caractéristiques du second analyseur devraient permettre de dépasser nettement ces valeurs si la contamination n'était due qu'à des particules possédant la même énergie.

Une étude de la contamination résiduelle a donc été effectuée au deuxième étage. Les résultats détaillés seront publiés par ailleurs [16] mais les premières conclusions qu'il est possible de tirer font apparaître qu'une fraction non négligeable de la

contamination résiduelle serait due à des ions ayant une énergie inférieure à celle correspondant à la tension d'accélération totale.

Bien que cette conclusion soit opposée à celle de certains auteurs [6] il faut remarquer qu'elle a pu aisément passer inaperçue jusqu'ici puisqu'elle n'affecte (dans le cas de l'uranium par exemple) qu'une fraction de l'ordre de 1/10 000 des ions de la masse voisine.

Il semble nécessaire, avant de prévoir des performances limites aux appareils à deux étages magnétiques, de tenir compte de processus de contamination négligés jusqu'ici et il n'est pas possible d'effectuer simplement le produit des coefficients d'enrichissement des deux étages opérant séparément ainsi que cela a déjà été proposé [17].

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Physique Nucléaire de la Faculté des Sciences à Orsay. De nombreux ingénieurs et techniciens du Laboratoire ont participé activement à la réalisation de cet appareil et nous tenons à les en remercier ici :

MM. Gayraud et Lavaud pour les études relatives au deuxième analyseur et à l'enceinte à vide ; MM. Bieth, Alorent et Biderman pour la construction des nombreux dispositifs nécessaires au montage et aux essais du séparateur.

Les études et les collections d'isotopes n'ont pu être menées à bien que grâce à l'aide de MM. Riback et Fournet-Fayas. Mme Ligonnière et Mlle Arents se sont chargées des opérations chimiques et des analyses isotopiques. Enfin, M. Nief, Chef de la section de spectroscopie de masse du Centre d'Études Nucléaires de Saclay, a bien voulu effectuer certaines analyses isotopiques de contrôle.

Manuscrit reçu le 7 juillet 1960.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Inghram (M. G.) et Hess (D. C.), *Nat. Acad. Sc., Nat. Res. Coun.*, public. n° 311, Washington D. C., 1954, 24.

[2] White (F. A.) et Collins (F. L.), *Appl. Spectroscopy*, 1954, **8**, n° 4, 169.

[3] Cassignol (C.), Proceedings of the Symposium on isotope separation, Amsterdam, 1957, p. 361 (North Holl. Publ. Co).

[4] T. I. D. 5217, Electromagnetic separation of isotopes. Technical Information Service (USA EC) n° 5217. Edited by A. Gutherie et R. K. Wakerling, 1949.

[5] Bernas (R.), *J. Physique Rad.*, 1954, **14**, 34.

[6] Cassignol (C.), Rapport C. E. A., n° 1185, C. E. N. de Saclay, 1959.

[7] Mileikowsky (C.), *Ark. Fysik*, 1952, Bd 4, nr 16, 1953, Bd 7, nr 3.

[8] Svartholm (N.), *Ark. Fysik*, 1950, Bd 2, nr 14, 115.

[9] Voir notamment Ikegami (H.), *R. S. I.*, 1958, **29**, 943.

[10] Bernas (R.), Réalisation d'un séparateur électromagnétique d'isotopes. *Thèse*, Paris, 1954.

[11] Klapisch (R.), Étude et réalisation d'une source à champ magnétique inhomogène ; application à la séparation électromagnétique des isotopes. *Thèse* 3e cycle, Paris, 1959.

[12] Albouy (G.), Bernas (R.), Gusakow (M.), Poffe (N.) et Teillac (J.), *C. R. Acad. Sc.*, 1959, **249**, 407-409.

[13] Sarrouy (J. L.), Une source d'ions pour isotopes radioactifs de courtes périodes. Communication au Colloque international sur la séparation des isotopes radioactifs. Vienne, mai 1960 (à paraître).

[14] Poffe (N.), Albouy (G.), Bernas (R.), Gusakow (M.), Riou (M.) et Teillac (J.), Réactions (p, x n) induites dans l'or par des protons de 155 MeV. (Colloque de Physique Nucléaire, Grenoble, février 1960). *J. Physique Rad.*, 1960, **21**, 343.

[15] Albouy (G.), Gusakow (M.) et al., *J. Phys. Rad.*, 1960, **21**, 751.

[16] Bernas (R.), Camplan (J.), Menat (M.) et Sarrouy ((J. L.), *J. Physique Rad.* (à paraître).

[17] Cf. réf. [6], page 35.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 11.
TOME 21, NOVEMBRE 1960, PAGE 204.

STABILISATION DE LA TENSION DE SORTIE D'UN ALTERNATEUR PAR UN MONTAGE ÉLECTRONIQUE

Par Ange PAGANI,
Laboratoire de Physique Générale, Faculté des Sciences, Alger.

Résumé. — Description d'un dispositif électronique destiné à stabiliser la tension de sortie d'un alternateur alimentant un générateur haute tension 50 kV à double polarité pour microscope corpusculaire. La stabilité du dispositif est étudiée à partir d'un diagramme de Bode et l'introduction d'un circuit à entaille permet de conserver un gain élevé aux basses fréquences, tout en évitant l'existence d'oscillations gênantes.

Abstract. — Description of an electronic device for stabilizing the output voltage of an alternator feeding a double-polarity 50 kV generator for a corpuscular microscope. The stability of the device is studied by meams of a Bode diagram and the introduction of a notching circuit permits a high gain to be maintained at low frequences, while avoiding troublesome oscillations.

Nous avons décrit par ailleurs un générateur fournissant les différentes tensions d'accélérations et de polarisation d'un microscope corpusculaire à émission. Ce générateur doit être alimenté sous une tension de 110 volts 500 c/s et nécessite une puissance maximum de 0,5 kW. Cette tension est fournie par un alternateur dont nous avons dû stabiliser la tension de sortie en raison des variations importantes de la charge et des variations du secteur, en cours d'utilisation. Nous décrivons dans cet article le système de stabilisation employé.

Principe (voir schéma n° 1). — Le courant continu d'excitation de l'alternateur, fourni par une alimentation classique A, est commandé par deux

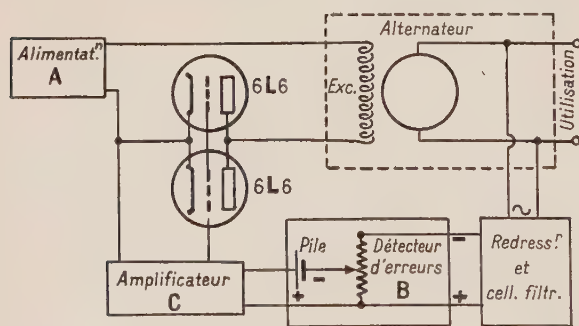


Schéma 1.

tubes de puissance 6*L*6 montés en parallèle. La tension de polarisation grille de ces deux tubes est fonction de la tension délivrée par un détecteur d'erreurs B, par l'intermédiaire d'un amplificateur à courant continu C. Ce détecteur compare la tension d'une pile de référence de 30 volts à une partie de la tension de sortie de l'alternateur, cette tension ayant été au préalable redressée et filtrée.

Réalisation (voir schéma n° 2). — L'amplificateur à courant continu, constitué par les éléments triode de deux tubes *UBC*41 est alimenté sous une tension continue stabilisée à 250 volts, obtenue à partir du secteur (transformateur T_1, valve 5 *Y*3 GT régulatrice *OD*3 et *OC*3). Cette alimentation débite une centaine de milliampères dans une chaîne de résistances constituée d'une part par les filaments des deux tubes *UBC*41 et d'autre part par trois résistances en série, d'une valeur totale de 2 300 ohms

Un premier curseur S_1 placé sur ces résistances au point où le potentiel est de 150 volts par rapport à la masse, alimente l'anode de la première triode à travers une résistance de charge de 50 kΩ. Pour stabiliser la tension en S_1, ce curseur est réuni à l'anode de la régulatrice *OD*3.

Un deuxième curseur S_2 sur la chaîne de résistances, relié à la cathode de la deuxième triode, permet de polariser convenablement ce tube dont la grille est directement reliée à l'anode de la première triode.

L'anode de la deuxième triode est alimentée sous la tension de 250 volts stabilisée à travers une résistance de charge de 50 kΩ. La tension apparaissant aux bornes de cette résistance de charge est directement utilisée pour polariser les grilles des deux tubes 6*L*6.

L'alternateur alimente le primaire d'un transformateur T_3 de rapport de transformation unité. A partir du secondaire de ce transformateur et par l'intermédiaire de la double diode *EB*41 et de la cellule de filtrage L_1 (50 kΩ 0,1 μF) on obtient une tension continue qui est appliquée aux bornes du potentiomètre P_1 de 50 kΩ. La tension continue prélevée sur le curseur de ce potentiomètre est comparée à celle de la pile de référence de 30 volts. La différence de tension résultante est appliquée à la

grille de la première triode de l'amplificateur à courant continu à travers une petite cellule de filtrage supplémentaire constituée par une résistance de 47 kΩ et un condensateur de 0,01 μF.

Pour permettre à l'amplificateur à courant continu de se stabiliser avant que le circuit d'excitation de l'alternateur soit alimenté, un relai n'applique la tension de chauffage aux filaments des 2 tubes

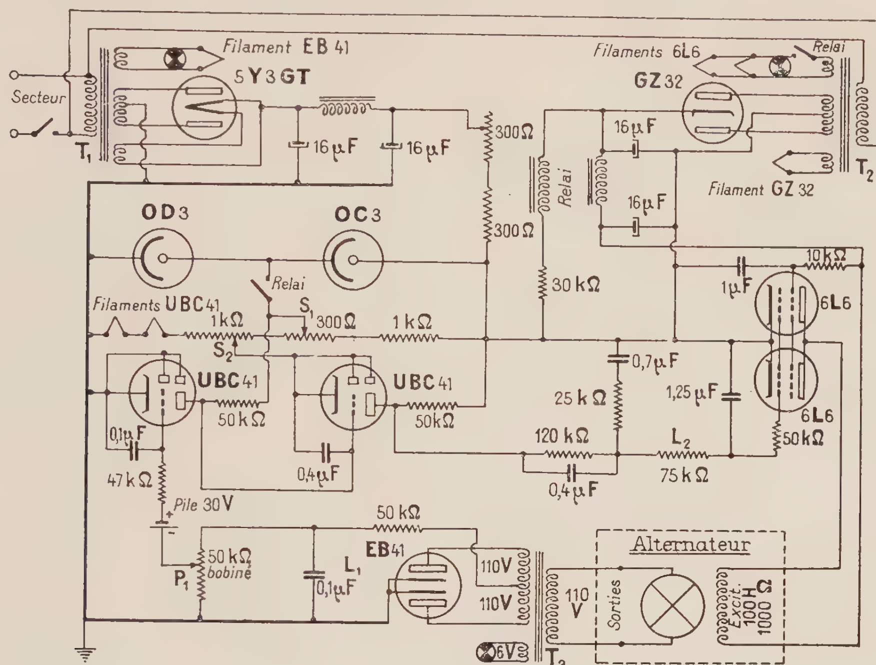


Schéma 2.

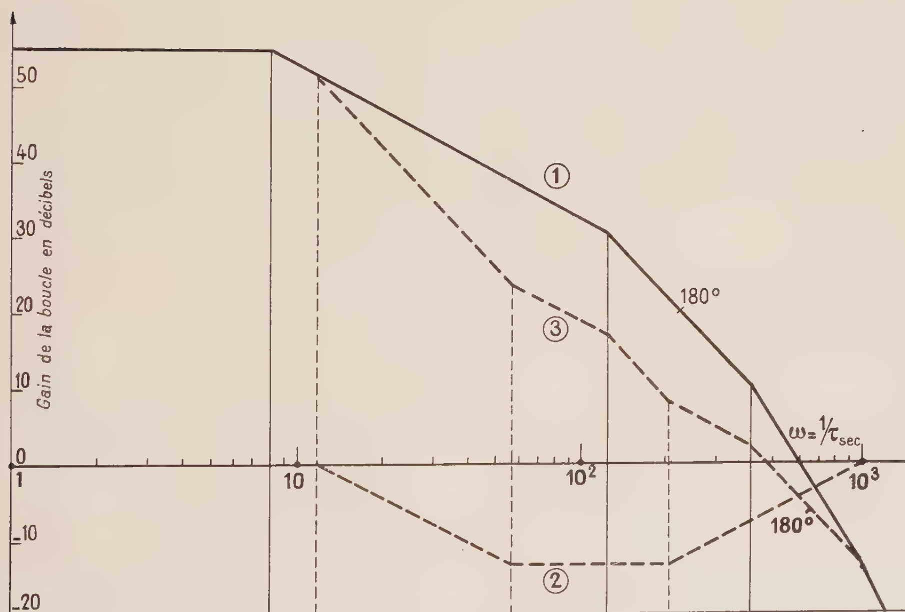


Fig. 1.

6*L*6 que 30 secondes environ après la mise sous tension du stabilisateur. L'enroulement de commande du relai est, pour cela, alimenté par la haute tension délivrée par la valve à chauffage indirect *GZ*32.

Pour éviter qu'une tension alternative résiduelle subsiste sur les grilles des deux tubes 6*L*6, une cellule de filtrage L_2 constituée par une résistance de 75 kΩ et un condensateur de 1,25 μF, a été placé dans le circuit grille de ces dernières. D'autre

part une résistance d'amortissement de 50 kΩ dans ce circuit évite toutes oscillations des 2 tubes 6*L*6.

Entre l'anode de la deuxième triode et les grilles des 6*L*6 on a placé un circuit « à entaille » constitué par deux résistances de 120 et 25 kΩ et par deux condensateurs de 0,04 et 0,7 μF. Ce circuit permet un fonctionnement stable de l'ensemble, sans oscillations, tout en conservant un gain élevé aux fréquences basses. Ses éléments ont été déterminés en traçant le diagramme de Bode qui donne approximativement le gain de toute la boucle en fonction de la fréquence (voir *fig.* 1). Ce diagramme est tracé à partir des valeurs des principales constantes de temps du circuit et du gain total de la boucle (environ 55 dB pour les très basses fréquences et une tension de 110 volts efficaces à la sortie de l'alternateur). Sans tenir compte du circuit à entaille on obtient le diagramme (1) qui montre que le gain total de la boucle est encore élevé pour la fréquence qui subit un retard de 180°. Le système ne peut évidemment être stable dans ces conditions, ce qui se vérifie expérimentalement. L'introduction du circuit à entaille entraîne un affaiblissement représenté approximativement par le diagramme (2). Le diagramme (3) montre ce que devient alors la courbe de réponse de la boucle complète. Le gain est nettement négatif pour la fréquence qui subit un déphasage de 180° et la condition de stabilité est de ce fait réalisée.

La tension de sortie de l'alternateur utilisé n'est pas sinusoïdale et sa forme varie avec la charge. Il n'est donc pas possible de stabiliser à la fois la tension efficace et la tension de crête ; mais suivant les besoins il est possible de stabiliser plus ou moins l'une ou l'autre de ces tensions en modifiant la valeur des éléments de la cellule de filtrage L_1.

Avec ce stabilisateur, lorsqu'on charge l'alternateur au maximum de ses possibilités, la tension de sortie ayant été préalablement réglée à 110 volts à vide, la variation de la tension efficace est de — 1 volt, celle de la tension crête de + 4 volts. La correction de cette tension de sortie a nécessité une variation du courant d'excitation de 40 à 145 mA. Lorsque l'on effectue cette variation de charge instantanément, la correction de la tension de sortie se fait en moins d'une demi-seconde, sans oscillation. En fonctionnement normal, c'est-à-dire quand il alimente le générateur hautes tensions du microscope corpusculaire, l'alternateur ne délivre que la moitié de la puissance maxima pour laquelle il a été prévu.

Le potentiomètre P_1 a été placé de telle sorte que l'on puisse le manœuvrer aisément à la main. Par son intermédiaire on fixe la tension de sortie de l'alternateur à la valeur désirée. Le système de stabilisation ainsi réalisé nous a donné toute satisfaction pour l'alimentation du générateur hautes tensions du microscope corpusculaire auquel il était destiné.

Manuscrit reçu le 1er juillet 1960.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 11.
TOME 21, NOVEMBRE, PAGE 207 A.

DÉTERMINATION DU COEFFICIENT DE DIFFUSION DE L'ARSENIC DANS LE GERMANIUM PAR MESURE DE LA TENSION THERMOÉLECTRIQUE

Par M. Edmond BATIFOL et M. Georges DURAFFOURG,
Département « Physique, Chimie, Métallurgie »
Centre National d'Études des Télécommunications, Issy-les-Moulineaux (Seine).

Résumé. — La mesure des variations du pouvoir thermoélectrique le long d'un biseau taillé sur une plaquette de germanium diffusé à l'arsenic permet d'obtenir le coefficient de diffusion. La concentration en arsenic à la surface est obtenue, soit par mesure du pouvoir thermoélectrique, soit par mesure de la résistance de la couche diffusée. La valeur moyenne trouvée pour le coefficient de diffusion de l'arsenic à 800 °C est $D = 1{,}3.10^{-11}$ cm²/s.

Abstract. — The diffusion coefficient of As in Ge has been deduced from the measurement of thermoelectric power along a bevelled sample of As-diffused germanium. The As surface concentration has been obtained both by the measurement of thermoelectric power and by the measurement of sheet resistance ; the average value of the As diffusion coefficient at 800 °C is $D = 1.3 \times 10^{-11}$ cm²/sec.

I. Introduction. — Le coefficient de diffusion de l'arsenic dans le germanium a été déterminé par différentes méthodes.

Dunlap [1] a mesuré la variation de la concentration par traçage radioactif. Cette méthode est générale et non spécifique des semi-conducteurs ; il est nécessaire que l'impureté diffusante possède un isotope radioactif se prêtant à la mesure. D'autres méthodes utilisent les propriétés semi-conductrices du matériau et en particulier la présence de jonction $p - n$. La diffusion en concentration suffisante d'une impureté de type opposé à celui du matériau de départ crée une jonction dont on mesure la distance à la surface. La connaissance de la concentration en profondeur permet d'atteindre le coefficient de diffusion. En particulier si la concentration en arsenic est de la forme :

$$C_s \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{Dt}}.$$

C_s : concentration de surface ;

x : profondeur ;

D : coefficient de diffusion ;

t : temps de diffusion

$$\operatorname{erfc} u = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-x^2}\, dx$$

et si C est la concentration de l'impureté acceptrice répartie de façon homogène dans le cristal, la profondeur x de la jonction est donnée par :

$$C = C_s \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{Dt}}.$$

Deux cristaux de concentrations de volume C_1 et C_2 différentes ayant subi une même diffusion (C_s, D, t identiques) ont une inversion de type aux profondeurs x_1 et x_2 :

$$C_1 = C_s \operatorname{erfc} \frac{x_1}{2\sqrt{Dt}}$$

$$C_2 = C_s \operatorname{erfc} \frac{x_2}{2\sqrt{Dt}}.$$

L'élimination de la concentration de surface C_s inconnue donne une équation déterminant D :

$$C_1/C_2 = \operatorname{erfc} \frac{x_1}{2\sqrt{Dt}} \Big/ \operatorname{erfc} \frac{x_2}{2\sqrt{Dt}}.$$

Fuller [2] et Dunlap [1] ont ainsi déterminé le coefficient de diffusion de l'arsenic dans le germanium.

La capacité d'une jonction est une fonction connue du gradient de concentration [3]. Si ce gradient est obtenu par diffusion, la mesure de la capacité permet d'obtenir le coefficient de diffusion. McAfee, Shockley, Sparks [4], Bösenberg [5], Miller et Savage [6] ont étudié la capacité d'une jonction formée par diffusion, ou l'évolution de la capacité d'une jonction préalablement formée (alliage ou tirage) et ensuite portée à la température de diffusion.

Fuller et Ditzenberger [7], Feuillade [8] ont obtenu, pour le silicium la variation de la concentration d'impureté en mesurant après rodages successifs la résistance de la couche diffusée. Backenstoss [9] a établi des abaques où il est tenu compte de la variation de la mobilité en fonction de la concentration.

On se propose, ici, d'atteindre les valeurs du coefficient de diffusion de l'arsenic dans le germanium et de la concentration de surface par la

mesure de la résistance de la couche diffusée et des variations du pouvoir thermoélectrique en fonction de la profondeur. Il s'agit de l'étude d'un moyen d'investigation et non d'une étude de la diffusion. En particulier on suppose que la diffusion est faite à concentration de surface constante donc que la concentration en profondeur est donnée par : $C = C_s \operatorname{ercf} x/2\sqrt{Dt}$. Cependant la concentration de surface (de l'ordre de 10^{18} atomes par cm^3) et la température de diffusion (800 °C) sont telles que le germanium est intrinsèque ; aucun champ électrique d'entraînement ne vient altérer la valeur du coefficient de diffusion [10], [11].

II. Technique expérimentale. — II-1. Diffusion (*). — Deux méthodes différentes ont été utilisées. Deux plaquettes ont subi leur diffusion en tube scellé, utilisant comme source d'arsenic un monocristal de résistivité $5 \cdot 10^{-3}\,\Omega$ cm. Trois autres plaquettes ont subi une même diffusion en tube ouvert sous balayage d'hydrogène et d'argon, la source étant de l'arsenic élément placé à 300 °C. Toutes les diffusions ont été faites à 800 °C.

Après diffusion une extrémité de la face polie de chaque plaquette a été rodée en biseau sur lequel on a mis en évidence la jonction [12] (pour les diffusions $p - n^+$) et mesuré par interférence sa distance à la surface.

II-2. Résistance de la couche diffusée. — La technique est celle de la mesure de résistivité par 4 pointes proposée par Valdes [13]. Les quatre pointes en tungstène sont alignées et distantes les unes des autres de 1 mm. On mesure l'intensité $\dot{I}$ du courant passant par les pointes extrêmes et par méthode d'opposition, la différence de potentiel V entre les pointes centrales.

II-3. Pouvoir thermoélectrique. — La figure 1 montre le schéma du couple thermoélectrique réalisé entre la plaquette de germanium et une pointe de tungstène chauffée.

L'effet Seebeck [14], [15] mesuré est la somme des tensions thermoélectriques du germanium et du tungstène. Le pouvoir thermoélectrique du germanium est beaucoup plus grand que celui du tungstène, si bien que la tension obtenue provient essentiellement du pouvoir thermoélectrique du germanium

$$V \simeq V_{AB} = \int_A^B Q \cdot \overline{\text{grad}\ T} \cdot \overline{ds}$$

Q pouvoir thermoélectrique du germanium dépend de la concentration en porteurs, donc varie d'un point à l'autre de la couche diffusée.

Aux environs de la pointe on peut estimer que le gradient de température dans le germanium décroît comme $1/r^2$ (r distance à la pointe). Ceci est rigoureux si on suppose que la chaleur venant de la pointe est évacuée uniquement dans le germanium (sans perte par la surface) et que la pointe

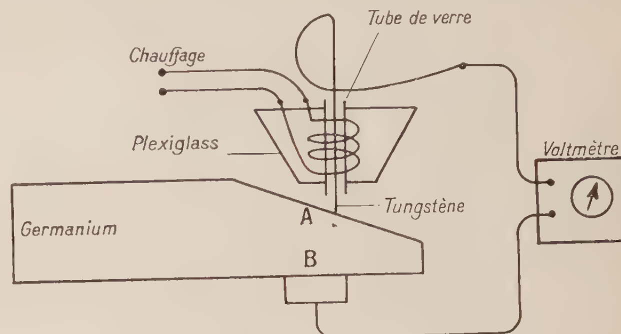


Fig. 1. — Schéma de principe du couple thermoélectrique.

forme une surface isotherme hémisphérique (calcul d'une prise de terre). Dans l'expression de V la plus grande contribution à l'intégrale provient du voisinage immédiat de la pointe. La tension mesurée exprime le pouvoir thermoélectrique local dont on peut avoir la variation le long de la couche diffusée.

— L'appareillage utilisé comprend un micromanipulateur sur lequel est monté un système de pointe chaude qui est l'organe essentiel de test thermoélectrique. La pointe chaude se compose d'un fil de tungstène enfilé dans un tube de verre autour duquel est enroulée la résistance chauffante. L'ensemble est monté sur un support en plexiglass ; une température constante est obtenue par régulation du courant de chauffage à l'aide d'une lampe ferhydrogène. La pointe elle-même doit répondre à certaines conditions ; en particulier son extrémité doit être très fine, de l'ordre de quelques microns de diamètre. Ceci est obtenu par épointage électrolytique d'un fil de tungstène de 0,5 mm de diamètre dans une solution de potasse à 50 %.

Le micromanipulateur est un appareil de grande précision qui a été réalisé pour effectuer des mesures exigeant des déplacements de l'ordre du micron. Parmi les différents systèmes d'avance dont il est fourni deux sont basés sur le principe des engrenages avec satellites et planétaires et permettent de tels déplacements dans un plan horizontal. Une étude d'étalonnage a montré qu'un déplacement de 2 μ était significatif ; par conséquent, l'erreur probable est inférieure à 2 μ. Les résultats de ces mesures nous ont permis d'autre part de calculer l'écart-type qui est de l'ordre de 0,6 μ.

— Bien que les valeurs du pouvoir thermoélectrique en fonction de la concentration soient connues [16], il n'est pas possible de traduire directement, de façon précise, les tensions relevées en concentrations de porteurs, car celles-ci diffèrent

(*) Nous remercions M. Marais pour la réalisation de cette partie expérimentale.

des valeurs théoriques pour plusieurs raisons. D'une part, la température de la pointe chaude, c'est-à-dire exactement au point de contact, est difficile à mesurer. Il faut d'ailleurs remarquer que la température de stabilisation du couple ainsi réalisée dépend de la surface de contact. D'autre part, la tension thermoélectrique est très influencée par la surface. Les mesures directes risquant d'être erronées nous avons procédé par comparaison en utilisant des plaquettes étalons.

On dispose de deux séries de plaquettes N et P dont les résistivités sont parfaitement connues et s'échelonnent de 0,003 à quelques ohms-cm. Ces échantillons ayant subi un traitement de surface analogue à l'échantillon à étudier, nous pouvons tracer dans des conditions d'expérience bien définies des courbes de tensions thermoélectriques en fonction de la résistivité (fig. 2). La préparation de

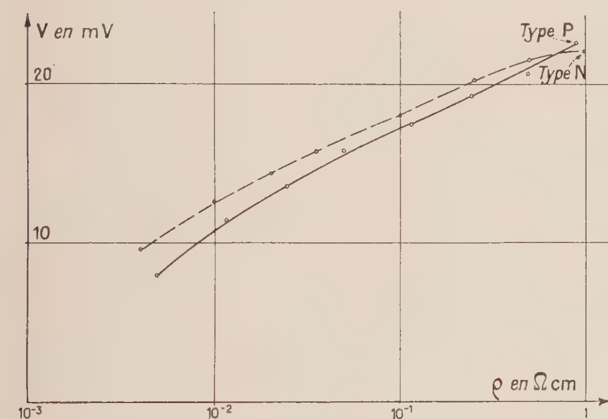


Fig. 2. — Courbes résistivité — tension thermoélectrique. Tension thermoélectrique obtenue sur des plaquettes « étalons » de différentes résistivités.

la surface consiste en un poli suivi d'une électrolyse dans une solution de potasse à 1 % pendant 1 minute avec une densité de courant de l'ordre de 10 mA par cm². Nous substituons donc aux courbes théoriques ces résultats, auxquels nous comparons les valeurs trouvées dans des conditions identiques sur l'échantillon. De cette façon la seule source importante d'erreur provient de la mesure de la tension thermoélectrique qui n'est jamais parfaitement stable. On obtient cependant une détermination convenable en effectuant plusieurs mesures en un même point et en prenant la moyenne des valeurs relevées.

Les courbes des figures 3, 4, 5 et 6 donnent la tension thermoélectrique en fonction de la profondeur sur 4 plaquettes diffusées.

III. Interprétation des résultats. — III-1.

Accepteurs thermiques. — Il est nécessaire de mesurer la résistivité du volume avant et après la diffusion (après avoir rodé la couche diffusée sur une face). En effet, le traitement thermique que constitue la diffusion introduit des « accepteurs thermiques » de façon incontrôlable, ce qui rend difficile l'obtention de plaquettes ayant des résistivités de volume élevées.

Des dosages de cuivre faits par traçage radioactif sur d'autres plaquettes traitées thermiquement (**) ont permis d'identifier les « accepteurs thermiques » à des atomes de cuivre Il convient de tenir compte de la présence des 3 niveaux accepteurs du cuivre [17] (situés à 0,04 eV, 0,33 eV au-dessus de la bande de valence

(**) Nous remercions M. Marais pour les traitements thermiques et Mme Fereira pour les dosages de cuivre.

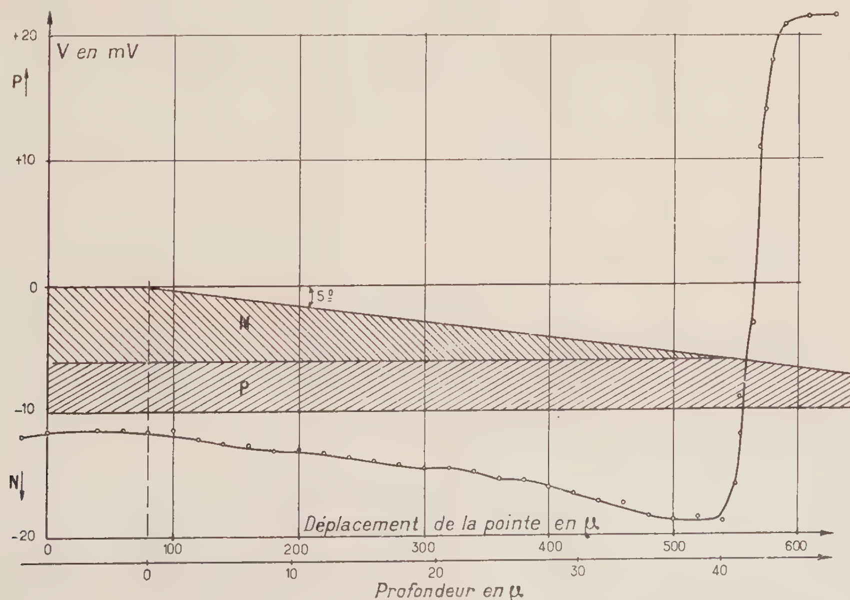


Fig. 3. — Variations de la tension thermoélectrique sur le plaquette D-96.

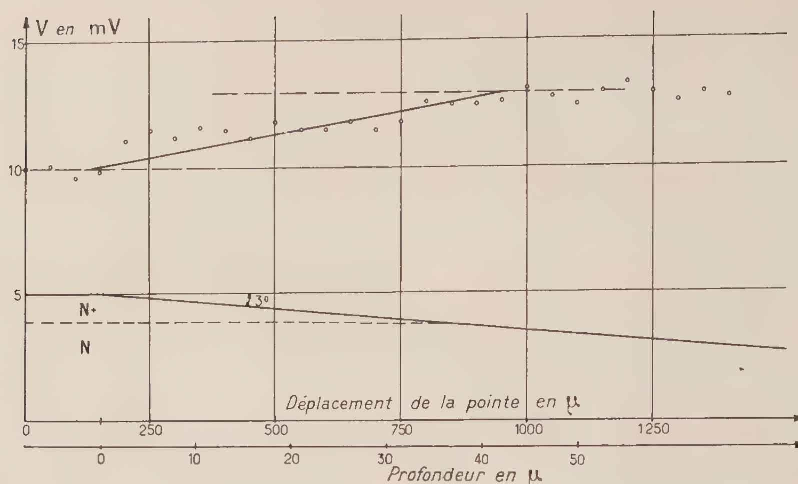


FIG. 4. — Variations de la tension thermoélectrique sur la plaquette KVm 605-B.

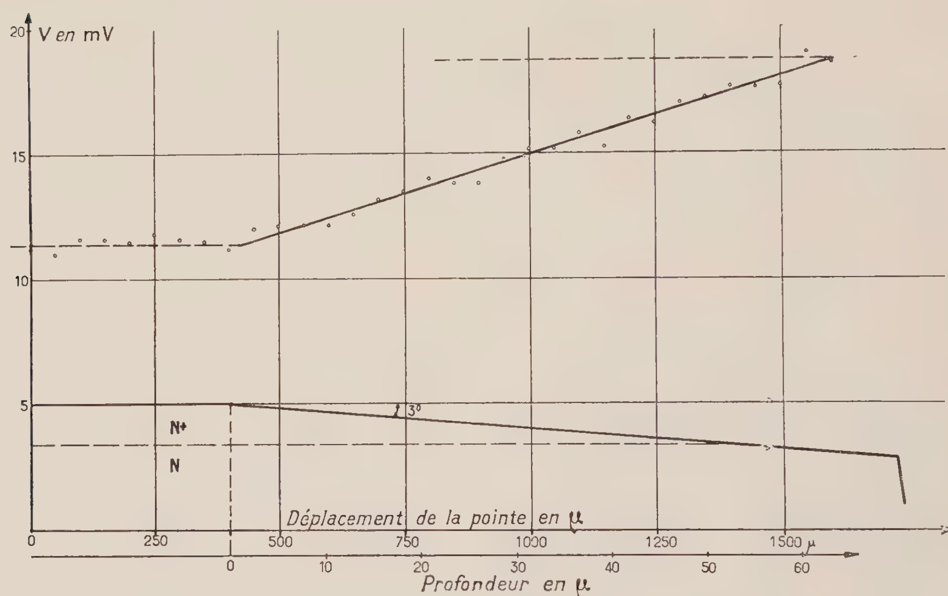


FIG. 5. — Variations de la tension thermoélectrique sur le plaquette KVm 605-C.

et 0,26 eV au-dessous de la bande de conduction), pour passer du nombre n ou p de porteurs à la concentration C_{As} d'arsenic.

Soit $C_D - C_A$ la différence entre concentration en donneurs et en accepteurs dans le matériau initial (on suppose que dans le matériau initial les donneurs et les accepteurs ont un seul niveau d'ionisation peu profond, donc sont toujours ionisés et une seule fois ionisés, ce qui est le cas, le germanium étant dopé soit à l'indium, soit à l'arsenic).

Pour le type N

$$n = C_D - C_A > 0.$$

Pour le type P

$$p = C_A - C_D > 0.$$

Le traitement thermique introduit C_{Cu} atomes de cuivre par cm³.

Si en volume le germanium est du type P

$$p = C_{Cu} + C_A - C_D,$$

le cuivre est une fois ionisé.

Si en volume le germanium est de type N

$$n = C_D - C_A - 3C_{Cu},$$

le cuivre est trois fois ionisé.

Les mesures de résistivité avant et après diffusion permettent d'obtenir C_{Cu}.

Dans la couche diffusée N⁺ le nombre d'électrons est :

$$n = C_{As} + C_D - C_A - 3C_{Cu}.$$

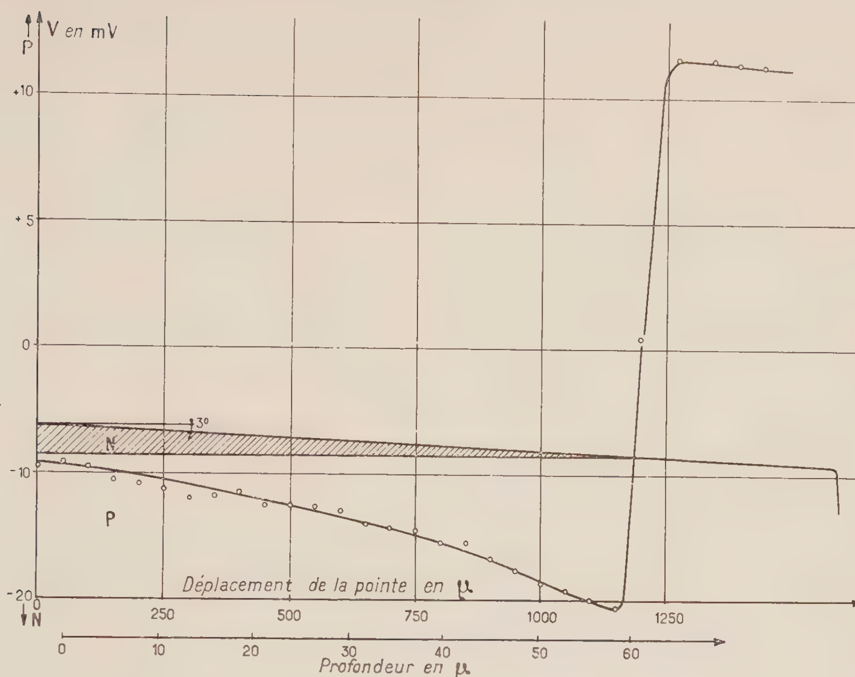


FIG. 6. — Variations de la tension thermoélectrique sur la plaquette KVm 605-D.

Dans une structure PN^+ le germanium est intrinsèque à la jonction, le cuivre est deux fois ionisé (le pouvoir thermoélectrique s'annulant pour le germanium légèrement P, et le deuxième niveau accepteur du cuivre étant très près du milieu de la bande interdite, les atomes de cuivre en réalité ne sont pas tout à fait deux fois ionisés).

A la jonction :

$$C_{As} + C_D - C_A - 2C_{Cu} = 0.$$

III-2. VARIATIONS DE LA CONCENTRATION D'ARSENIC DANS LA COUCHE DIFFUSÉE. — Les mesures de la tension thermoélectrique le long du biseau permettent d'obtenir les variations de résistivité, dont on déduit la concentration en électrons n à l'aide des valeurs de mobilité de Debye et Conwell [18] puis celle en arsenic C_{As} (qu'on appellera dorénavant C). Reprenant la méthode utilisée par Fuller et Ditzenberger [7] on porte en coordonnées doublement logarithmiques la concentration d'arsenic en fonction de la profondeur. Par translation on fait coïncider cette courbe avec la courbe représentative de $y = \text{erfc } x$. La translation verticale donne par l'ordonnée de l'asymptote ($y = 1$) la valeur de la concentration de surface, tandis que la translation horizontale donne $L = 2\sqrt{Dt}$ (pour $x = 1$). Soit $C_{S,as}$ et D les valeurs ainsi obtenues.

D'autre part, la valeur de la tension thermoélectrique à la surface donne une valeur « absolue » de la concentration de surface soit $C_{S,\Theta}$.

Les figures 7, 8, 9, 10 montrent les variations de la concentration pour 4 plaquettes.

Ces courbes présentent une assez grande dispersion due au manque de précision de la méthode. On n'est d'ailleurs pas à l'abri d'une erreur systématique provenant de l'état de surface du biseau qu'il est difficile d'améliorer sans introduire une erreur sur la profondeur. La plaquette KVm 605-B offre une dispersion telle que seule la position de l'asymptote peut être grossièrement déterminée.

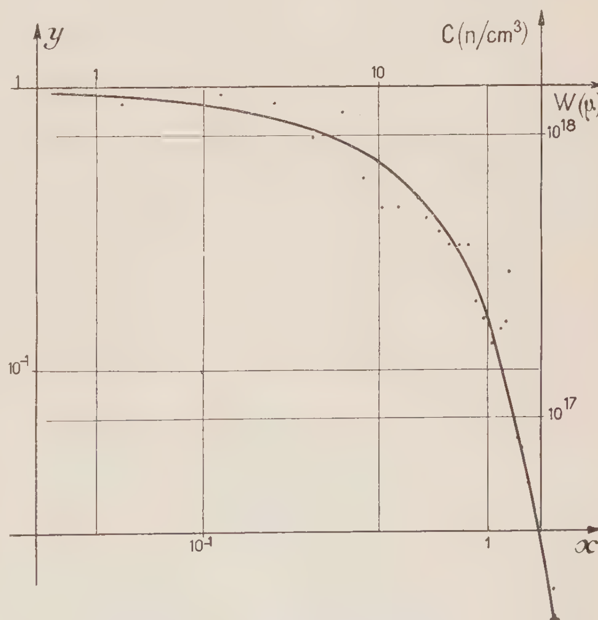


FIG. 7. — Courbe concentration en arsenic — profondeur obtenue par mesure de la tension thermoélectrique. — Plaquette D-93.

Pour les structures PN^+ la concentration d'arsenic à la jonction est représentée par une croix. Ces courbes donnent en gros une variation en fonction erreur complémentaire.

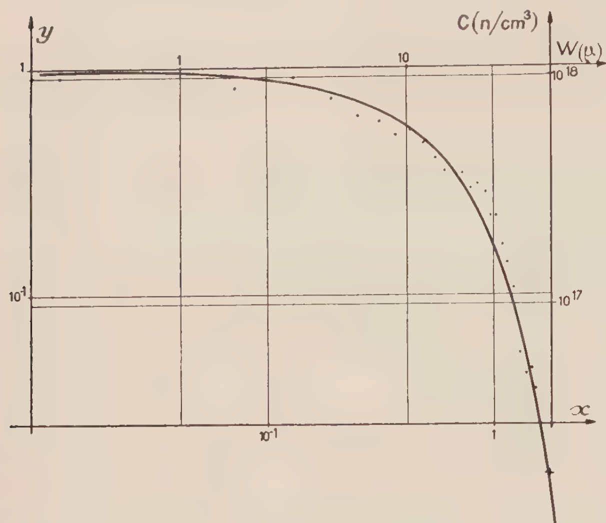


Fig. 8. — Courbe concentration en arsenic — profondeur obtenue par mesure de la tension thermoélectrique. — Plaquette *D*-96.

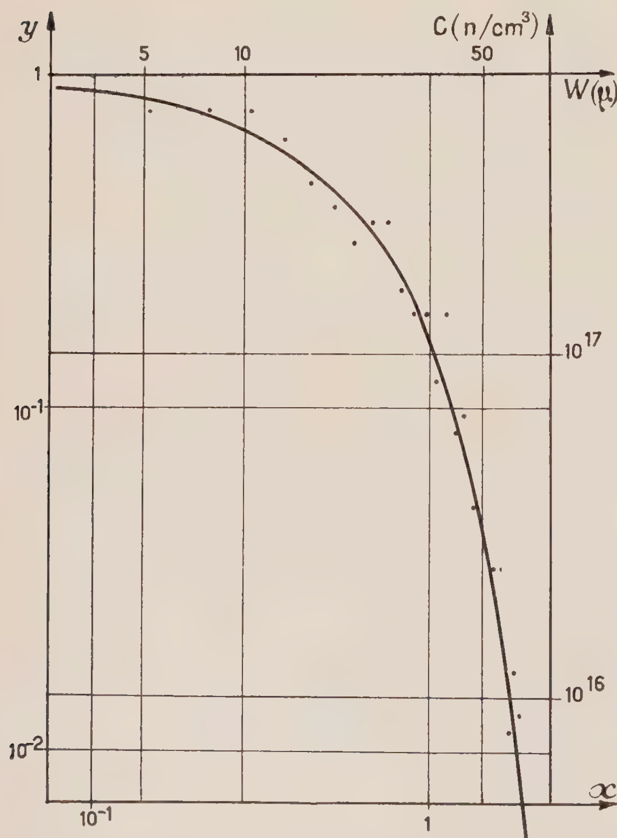


Fig. 9. — Courbe concentration en arsenic — profondeur obtenue par mesure de la tension thermoélectrique. — Plaquette KVm 605-C.

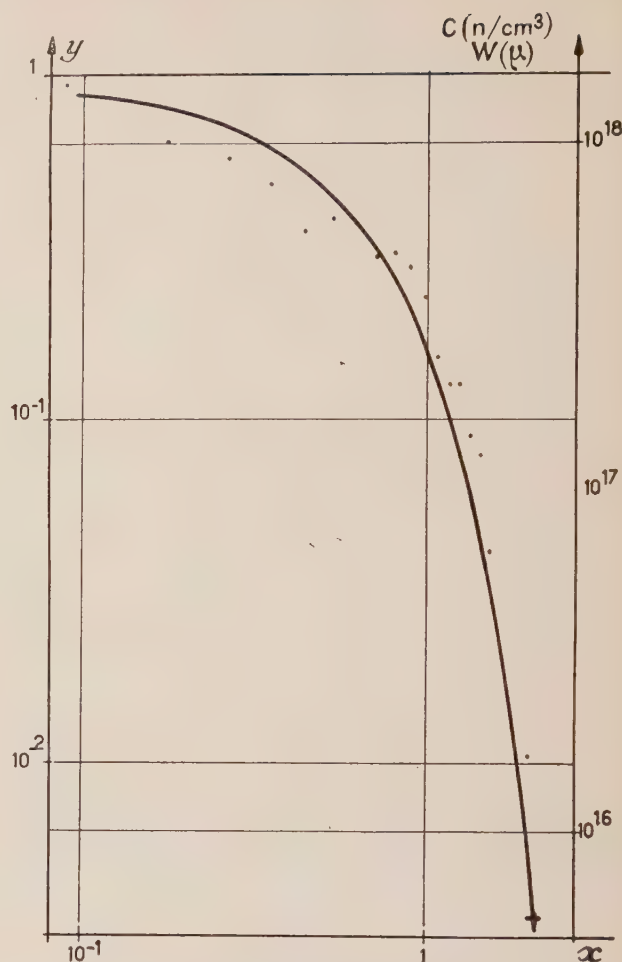


Fig. 10. — Courbe concentration en arsenic — profondeur obtenue par mesure de la tension thermoélectrique. — Plaquette KVm 605-D.

III-3. Résistance de la couche diffusée. — III-3.1. *Structure PN^+*. — On mesure la résistance de la couche N isolée de la région P. Ulhir [19] et Smits [20] ont étendu au cas des couches la méthode de mesure de résistivité quatre pointes proposée par Valdes [13].

Pour une couche indéfinie de conductivité σ et de faible épaisseur W ($W < 0{,}6\ s$, s écartement des pointes).

$$I = V.\sigma.W.\pi/\mathrm{Ln}2.$$

Smits [20] a calculé le facteur numérique C qui doit remplacer $\pi/\mathrm{Ln}\ 2 = 4{,}53$ pour des plaquettes de dimensions finies.

On peut considérer la couche diffusée comme une succession de couches infiniment minces de conductivité variable. Dans la couche d'épaisseur $\mathrm{d}x$ passe de courant $\mathrm{d}I$

$$\mathrm{d}I = V.\sigma(x).(\pi/\mathrm{Ln}2)\ \mathrm{d}x.$$

Or

$$\sigma = q.\mu_n.n.$$

La mobilité varie avec la concentration donc avec la profondeur. On supposera que la mobilité est constante et égale à la mobilité correspondant à la concentration en surface (on prend la mobilité des couches les plus conductrices).

La concentration en porteurs est

$$n = C_S \left(\operatorname{erfc} \frac{x}{L} - \operatorname{erfc} \frac{x_0}{L} \right)$$

où $u_0 = x_0/L$, x_0 épaisseur de la couche N.

Partant des mêmes hypothèses que Moll et Ross [21] on est conduit au même résultat qui peut se mettre sous la forme :

$$\rho_S = \frac{V}{I} L . \frac{\sqrt{\pi}}{\mathrm{Ln}2} \left(1 - e^{-u_0^2}\right)$$

où ρ_S est la résistivité correspondant à la concentration de surface.

La courbe de mobilité de Debye et Conwell [18] permet de passer de la résistivité ρ_S à la concentration de surface, soit $C_{S,R}$.

Backenstoss [9] a dans le cas du silicium donné des abaques où il tient compte de la variation de la mobilité avec la concentration.

Un calcul plus détaillé de la résistance de la couche diffusée est donné en annexe.

III-3.2. *Structure* $N.N^+$. — On peut tenter un calcul de la résistance en adoptant le modèle suivant. Le courant total est la somme de deux courants : un courant de volume I_V calculé en supposant le matériau homogène ayant la résistivité ρ_V du cœur de la plaquette, un courant de couche I_C calculé comme dans le cas précédent, l'épaisseur de la couche étant ici illimitée.

$$I_V = V . \frac{2\pi s}{\rho_V}$$

s écartement des pointes

$$I_C = V . \frac{L}{\rho_S} \sqrt{\pi} / \mathrm{Ln}2$$

$$I = I_V + I_C = V \left(\frac{2\pi s}{\rho_V} + \frac{L}{\rho_S} \frac{\sqrt{\pi}}{\mathrm{Ln}2} \right)$$

d'où

$$\rho_S = \frac{V}{I} L \frac{\sqrt{\pi}}{\mathrm{Ln}2} \rho_V \Big/ \left[\rho_V - \frac{V}{I} 2\pi s \right]$$

Ce traitement est valable si la couche diffusée est très conductrice par rapport au volume, c'est-à-dire si le facteur $\rho_V \Big/ \left[\rho_V - \frac{V}{I} 2\pi s \right]$ est proche de l'unité.

Or, pour la plaquette KVm 605-C il est égal à 1,8 et l'application de la formule est douteuse.

Il est à remarquer, qu'inversement, si la couche diffusée est très résistante par rapport au volume, on obtient la résistivité de volume par :

$$\rho_V = \frac{V}{I} 2\pi s . \rho_S \Big/ \left[\rho_S - \frac{V}{I} L \frac{\sqrt{\pi}}{\mathrm{Ln}2} \right].$$

Cette formule s'applique assez bien (à 25 % près) à la plaquette KVm 605-B pour laquelle ρ_S et L ont été estimés d'après les valeurs des autres plaquettes.

IV. **Résultats.** — Le tableau ci-après donne les résultats où sont indiquées pour chaque plaquette, la valeur du coefficient de diffusion obtenue par

TABLEAU

	D 93	*D* 96	T. O. B. 1001		
			KVm 605-B	KVm 605-C	KVm 605-D
t (sec)	1,44.10^5	1,44.10^5	1,55.10^5	1,55.10^5	1,55.10^5
Type initial	P	N	N	N	N
Structure finale	p.n+	p.n+	n.n+	n.n+	p.n+
$W(\mu)$	42,9	42,6			61,5
$\lvert C_D - C_A \rvert$ (n/cm³)	2,6.10^{15}	1,1.10^{15}	1,2.10^{17}	2.10^{16}	6,3.10^{15}
C_{Cu} (n/cm³)	8,4.10^{15}	9,6.10^{15}	1,2.10^{16}	4,6.10^{15}	6.10^{15}
D (cm²/sec)	1,02.10^{-11}	1,04.10^{-11}		2,05.10^{-11}	1,32.10^{-11}
$C_{S,as}$ (n/cm³)	1,5.10^{18}	1,1.10^{18}	8.10^{17}	6,7.10^{17}	1,6.10^{18}
$C_{S\Theta}$ (n/cm³)	1,3.10^{18}	1.10^{18}	1,2.10^{18}	7.10^{17}	1,5.10^{18}
C_{SR} (n/cm³)	1,4.10^{18}	1.10^{18}		1,9.10^{18}	1,2.10^{18}

variation du pouvoir thermoélectrique, les valeurs des concentrations de surfaces déduites de trois manières différentes : position de l'asymptote de la courbe concentration — profondeur, valeur du pouvoir thermoélectrique à la surface, mesure de la résistance de la couche diffusée.

Ces différentes valeurs sont en bon accord entre elles, sauf pour la plaquette KVm-605-C où la méthode de résistance de couche ne donne qu'un ordre de grandeur. La plaquette KVm 605-B donne de mauvais résultats par la tension thermoélectrique, et la résistivité dans le volume est trop faible pour évaluer la résistance de couche, si bien qu'on peut tout au plus évaluer l'ordre de grandeur de la concentration de surface. Il est à remarquer que pour une diffusion en tube ouvert sous balayage la concentration de surface estimée varie d'une plaquette à l'autre.

D'autre part, pour quatre plaquettes diffusées à même température (800 °C) les coefficients de diffusion diffèrent les uns des autres avec $1,3.10^{-11}$ cm²/sec comme valeur moyenne. Les variations du nombre de dislocations (non évalué) d'une plaquette à l'autre pourraient expliquer ces variations du coefficient de diffusion.

Les valeurs obtenues sont du même ordre de grandeur que celles obtenues par Bösengerg [5], mais plus faibles que celles de Fuller [2] et Dunlap [1].

V. **Conclusion.** — La variation du pouvoir thermoélectrique peut être utilisée pour étudier la diffusion d'une impureté (donneur ou accepteur) dans un semi-conducteur. Cette méthode a été appliquée au cas de la diffusion de l'arsenic dans le germanium. La concentration d'arsenic varie avec la profondeur suivant une fonction erreur complémentaire, ce qui indique que l'hypothèse d'une diffusion à concentration de surface constante est assez bien vérifiée.

Le coefficient de diffusion à 800 °C est de l'ordre de $1,3.10^{-11}$ cm²/sec à 50 % près et semble varier d'un échantillon à l'autre.

La concentration d'arsenic en surface peut être obtenue, soit par la mesure de la résistance de couche, soit par la mesure de la tension thermoélectrique à la surface, encore qu'un mauvais état de surface peut donner une erreur systématique que la forme générale de la courbe permet d'éviter.

Annexe :

Calcul de la résistance de la couche diffusée.

Dans une couche élémentaire il passe le courant :

$$\mathrm{d}I = V.\sigma(n).(\pi/\mathrm{Ln}2)\,\mathrm{d}x.$$

Or

$$\sigma(n) = q.\mu.n$$

Avec

$$n = C_S\left(\operatorname{erfc}\frac{x}{L} - \operatorname{erfc}\frac{x_0}{L}\right)$$

et

$$\mu = \mu(n).$$

L'intensité totale I est :

$$I = \int \mathrm{d}I = V.(\pi/\mathrm{Ln}2)\,q\int_0^{x_0}\mu(n).n.\mathrm{d}x$$

Posant

$$x/L = u,$$

il vient :

$$I = q.V.L.(\pi/\mathrm{Ln}2)\int_0^{u_0}\mu(n).n(u)\,\mathrm{d}u$$

Appelons

$$A = \int_0^{u_0}\mu(n).n(u)\,\mathrm{d}u.$$

Le problème est d'estimer la valeur de cette intégrale A et en particulier de minorer et de majorer sa valeur.

I. **Minoration de A.** — La mobilité étant une fonction décroissante de la concentration

$$\mu(n) \geqslant \mu(C_S)$$

mobilité correspondant à la concentration de surface C_S.

D'où

$$A \geqslant \mu(C_S).\int_0^{u_0} n(u)\,\mathrm{d}u$$

$n(u) = C_S\,(\operatorname{erfc} u - \operatorname{erfc} u_0)$ s'intègre par parties. Il vient

$$A \geqslant \mu(C_S).C_S(1/\sqrt{\pi})\,(1 - e^{-u_0^2}) = A_m$$

(avec $q.\mu(C_S).C_S = \sigma_S = 1/\rho_S$).

II. **Majoration de A.** La courbe mobilité — concentration de Debye et Conwell en coordonnées doublement logarithmiques est représentée sur la

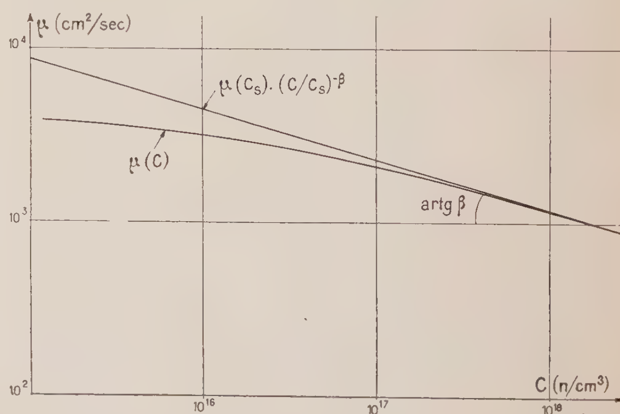


Fig. A-1. — Courbe mobilité — concentration d'après Debye et Conwell.

figure A-1. La valeur de la mobilité pour les concentrations qui nous intéressent est inférieure à :

$$\mu(C_S).(C/C_S)^{-\beta}$$

où β est la tangente à la pente de la courbe représentative pour $C = C_S \sim 10^{18}$.

$$\beta = 0{,}29 \text{ à } 0{,}30.$$

D'autre part la figure A-2 montre que erfc u est

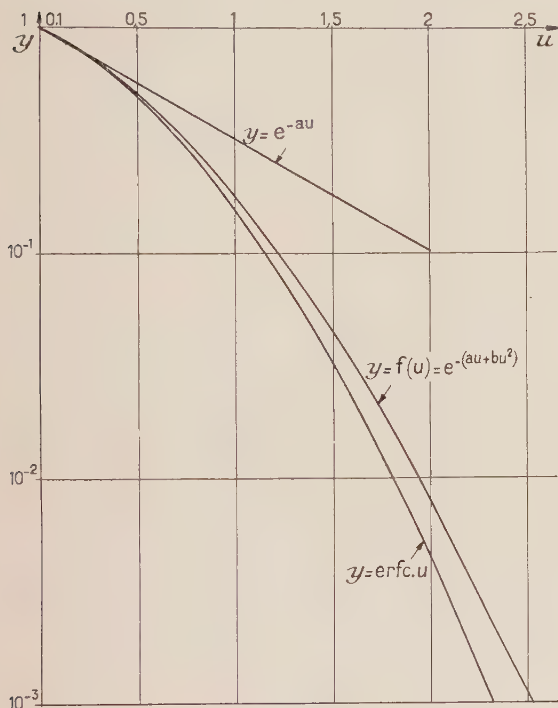


FIG. A-2. — Courbes $y = \text{erfc } u$ et $y = f(u) = e^{-(au+bu^2)}$.

inférieure à $f(u) = e^{-(au+bu^2)}$, fonction osculatrice pour $u = 0$ à la fonction erfc u.

$$a = 2/\sqrt{\pi}, \qquad b = 2/\pi.$$

Le produit $\mu(n).n$ étant une fonction croissante de n, on a la série d'inégalités.

$$\mu(n).n(u) = \mu[C_S(\text{erfc } u - \text{erfc } u_0)]$$
$$.C_S[\text{erfc } u - \text{erfc } u_0] < \mu[C_S(f(u) - \text{erfc } u_0)]$$
$$.C_S[f(u) - \text{erfc } u_0] \leqslant \mu(C_S).[f(u) - \text{erfc } u_0]^{-\beta}$$
$$.C_S[f(u) - \text{erfc } u_0] = \mu(C_S).C_S.[f(u) - \text{erfc } u_0]^{1-\beta}.$$

Or

$$[f(u) - \text{erfc } u_0]^{1-\beta} = f(u)^{1-\beta}\left(1 - \frac{\text{erfc } u_0}{f(u)}\right)^{1-\beta}$$
$$< f(u)^{1-\beta}\left[1 - (1-\beta).\frac{\text{erfc } u_0}{f(u)}\right]$$

(étude de la fonction $(1-x)^\alpha$ pour $x < 1$ et $\alpha < 1$).

Soit

$$B = \int_0^{u_0} f(u)^{1-\beta}\, du = \int_0^{u_0} e^{-(au+bu^2)(1-\beta)}\, du.$$

Or

$$(1-\beta)(au+bu^2)$$
$$= (1-\beta)\left(u\sqrt{b} + \frac{a}{2\sqrt{b}}\right)^2 - (1-\beta)\frac{a^2}{4b}.$$

Posant :

$$(1-\beta)\left(u\sqrt{b} + \frac{a}{2\sqrt{b}}\right)^2 = v^2, \qquad \text{il vient}$$

$$B = \int_{(a/2)\sqrt{(1-\beta)/b}}^{\sqrt{1-\beta}(a/2\sqrt{b}+u_0\sqrt{b})} e^{(1-\beta)a^2/4b}\, e^{-v^2}\frac{dv}{\sqrt{b(1-\beta)}}$$

$$B = e^{(1-\beta)a^2/4b}\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{1}{\sqrt{b(1-\beta)}}$$
$$\left[\text{erfc } \frac{a}{2}\sqrt{(1-\beta)/b} - \text{erfc}\left(\frac{a}{2\sqrt{b}} + u_0\sqrt{b}\right)\sqrt{1-\beta}\right].$$

Ce qui avec les valeurs de a et b donne :

$$B = e^{(1-\beta)/2}\frac{\pi}{2\sqrt{2(1-\beta)}}\left[\text{erfc}\sqrt{(1-\beta)/2} - \right.$$
$$\left. - \text{erfc}\left(\sqrt{(1-\beta)/2} + u_0\sqrt{2(1-\beta)/\pi}\right)\right].$$

D'autre part,

$$-(1-\beta)\text{ erfc } u_0.f(u)^{-\beta} = -(1-\beta)\text{ erfc}u_0 \,.\, e^{\beta(au+bu^2)}$$
$$\leqslant -(1-\beta)\text{ erfc}u_0 \,.\, e^{\beta au}.$$

Cette dernière expression s'intègre

$$-\int_0^{u_0}(1-\beta)\text{ erfc } u_0\, e^{\beta au}\, du = \frac{1-\beta}{\beta a}\text{erfc}u_0 \times (e^{\beta a u_0} - 1)$$
$$= -\frac{1-\beta}{\beta}.\frac{\sqrt{\pi}}{2}\text{erfc}u_0 \times (e^{2\beta u_0/\sqrt{\pi}} - 1).$$

En résumé

$$A < \mu(C_S).C_S.\left\{\frac{\pi}{2\sqrt{2(1-\beta)}}e^{(1-\beta)/2}\right.$$
$$[\text{erfc}\sqrt{(1-\beta)/2} - \text{erfc}\left(\sqrt{(1-\beta)/2} + u_0\sqrt{2(1-\beta)/\pi}\right)]$$
$$\left. - \frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{1-\beta}{\beta}\text{erfc}u_0 \times (e^{2\beta u_0/\sqrt{\pi}} - 1)\right\} = A_M.$$

Pour $\beta = 0$, c'est-à-dire pour une mobilité constante, l'expression ci-dessus devient :

$$\mu(C_S.C_S\left\{\frac{\pi}{2\sqrt{2}}e^{1/2}\left[\text{erfc}\sqrt{\frac{1}{2}} - \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{1}{2}} + u\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)\right]\right.$$
$$\left. - u \text{ erfc } u\right\}$$

qui est à comparer à l'expression exacte :

$$\mu(C_S).C_S.(1/\sqrt{\pi})(1 - e^{-u^2})$$

Pour u infiniment petit les deux expressions sont de la forme :

$$\mu(C_S) \,.\, C_S \,.\, (1/\sqrt{\pi})\, u^2 + 0(u^4).$$

Pour u infiniment grand on a :

$$\mu(C_S) \,.\, C_S \,.\, \frac{\pi}{2\sqrt{2}} e^{1/2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{1}{2}} = \mu(C_S) \,.\, C_S \,.\, 0{,}58$$

à comparer à

$$\mu(C_S) \,.\, C_S \,.\, 1/\sqrt{\pi} = \mu(C_S) \,.\, C_S \,.\, 0{,}564.$$

L'approximation faite en remplaçant erfc u par $f(u)$ conduit à une majoration relative de A de quelques centièmes.

III. **Conclusion.** — L'intégrale A est comprise entre deux limites :

$$A_m \leqslant A \leqslant A_M.$$

Pour le cas qui nous intéresse : $\beta = 0{,}3$ et u_0 grand ($u_0 > 1{,}7$), on a pratiquement :

$$A_m = \mu(C_S) \,.\, C_S \,.\, \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

$$A_M = \mu(C_S) \,.\, C_S \,.\, \frac{\pi}{2\sqrt{1{,}4}} e^{0{,}35} \operatorname{erfc} \sqrt{0{,}35} = \mu(C_S) \,.\, C_S \,.\, 0{,}757.$$

On connaît ainsi $\sigma_S = q \,.\, \mu(C_S) \,.\, C_S$ à un facteur A_M/A_m près, soit 1,34, ce qui, compte tenu de la valeur de β, correspond à un facteur 1,5 pour C_S.

Lorsqu'on prend A_m pour approximation de A (comme il a été fait pour calculer C_{SR}), on obtient pour C_S une valeur en excès d'un facteur de l'ordre de 1,4.

Manuscrit reçu le 15 juillet 1960.

BIBLIOGRAPHIE

[1] DUNLAP (W. C.), *Phys. Rev.*, 1954, **94**, 1531.
[2] FULLER (C. S.), *Phys. Rev.*, 1952, **86**, 136.
[3] SHOCKLEY (W.), *Bell System Tech. J.*, 1949, **28**, 435.
[4] MCAFEE (K. B.), SHOCKLEY (W.) et SPARKS (M.), *Phys. Rev.*, 1952, **86**, 137.
[5] BOSENBERG (W.), *Z. Naturforsch.*, 1955, **10**a, 285.
[6] MILLER (R. C.) et SAVAGE (A. E.), *J. Appl. Phys.*, 1956, **27**, 1430.
[7] FULLER (C. S.) et DITZENBERGER (J. A.), *J. Appl. Phys.*, 1956, **27**, 544.
[8] FEUILLADE (G.), *J. Chimie Physique*, 1959, **56**, 593.
[9] BACKENSTOSS (G.), *Bell System Tech. J.*, 1958, **37**, 699.
[10] BARDEEN (J.), BRATTAIN (W. H.) et SHOCKLEY (W.), *J. Chim. Physique*, 1946, **14**, 714.
[11] REISS (H.), FULLER (C. S.) et MORIN (F. J.), *Bell System Tech. J.*, 1956, **35**, 535.
[12] BOND (W. L.) et SMITS (F. M.), *Bell System Tech. J.*, 1956, **35**, 1209.
[13] VALDES (L. B.), *Proc. I. R. E.*, 1954, **42**, 420.
[14] SEITZ (F.), *The Modern Theory of Solids*,
[15] FAN (H. Y.), *Solid State Physics*, 1955, **1**, 284.
[16] GEBALLE (T. H.) et HULL (G. W.), *Phys. Rev.*, 1954, **94**, 1134.
[17] WOODBURY (H. H.) et TYLER (W. W.), *Phys. Rev.*, 1957, **105**, 84.
[18] DEBYE (P. P.) et CONWELL (E. M.), *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 693.
[19] ULHIR (A.), *Bell System Tech. J.*, 1955, **34**, 105.
[20] SMITS (F. M.), *Bell System Tech. J.*, 1958, **37**, 711.
[21] MOLL (J. L.) et ROSS (I. M.), *Proc. I. R. E.*, 1956, **44**, 72.

Note ajoutée à la correction des épreuves. — Deux articles récents traitent de l'étude de la diffusion par la mesure de la résistance de couche :

— GLANG (R.), et EASTON (W. B.) *J. of Electr. Chem. Soc.*, 1960, **107**, 758.
— VELORIC (H. S.) et GRIEG (W. J.), *R. C. A. Review*, 1960, **21**, 437.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 11.
TOME 21, NOVEMBRE 1960, PAGE 217 A,

MESURE PRÉCISE D'INTERVALLES DE TEMPS DE L'ORDRE DE LA MICROSECONDE

Par JEAN BOURGUIGNON,
Commissariat à l'Énergie Atomique, Direction des applications militaires.

Résumé. — La mesure de temps par la méthode oscillographique classique offre de nombreux inconvénients. Nous décrivons ici une méthode de mesure utilisant un oscillographe classique moyennant une très légère modification, laquelle n'empêche pas d'utiliser l'appareil de façon courante. Cette méthode de mesure est susceptible d'une très grande précision.

Abstract. — Time measurements by the classic oscillographic method present numerous disadvantages. We describe here a measurement method using a classic oscillograph, with a simple modification which does not prevent using this apparatus a classic way. This measurement method can be very accurate.

1. De nombreux auteurs [réf. 1 et 2] ont cherché à améliorer la précision relative des mesures d'intervalles de temps par la méthode oscillographique, en faisant décrire au spot une trajectoire utilisant rationnellement toute la surface sensible de l'écran (balayage circulaire, en spirale, en dents de scie...). Le montage présenté ici offre l'avantage d'utiliser un oscillographe de type courant, en y apportant une légère modification, qui par ailleurs peut rester en place sans interdire l'usage normal de l'oscillographe. L'appareil employé est un Tektronix type 541 équipé du préamplificateur 53-54 *K*.

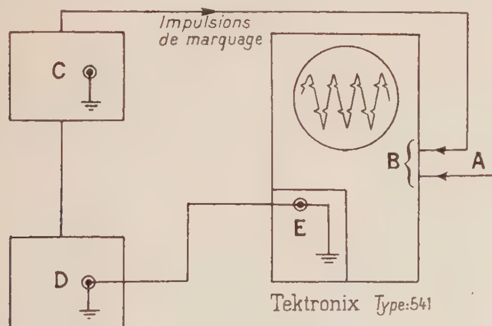


FIG. 1. — Schéma de principe (l'oscillogramme représente les ondes triangulaires et les impulsions de marquage). A : impulsions de mesure. — B : Entrée ampli. horizontal. — C : générateur de marquage. — D : générateur signaux triangulaires — E : préampli. 53.54 K.

Le principe (*fig.* 1) consiste à introduire dans le préamplicateur une onde triangulaire, symétrique et récurrente, d'amplitude telle qu'elle occupe sur l'écran toute la région d'amplification linéaire (soit 4 cm). Le balayage est déclenché par la synchro extérieure de l'oscillographe. En agissant sur la base de temps de celui-ci, on peut à volonté augmenter ou diminuer le nombre des signaux triangulaires visibles sur l'écran, la période de ceux-ci étant indépendante de la base de temps.

Les impulsions dont il faut déterminer l'intervalle, c'est-à-dire les impulsions de mesure, sont envoyées, ainsi que des impulsions de marquage, sur l'amplificateur horizontal de l'oscillographe, en un point qui sera précisé plus loin.

Les signaux triangulaires sont synchronisés par le générateur de marquage, lui-même piloté par quartz. Cette synchronisation fournit à chaque triangle une durée constante, et facilite par ailleurs le dépouillement. La vitesse linéaire du spot le long de chaque côté des triangles est également constante.

2. **Modification apportée.** — L'amplificateur horizontal du Tektronix 541 non modifié comporte un déphaseur constitué par un montage différentiel

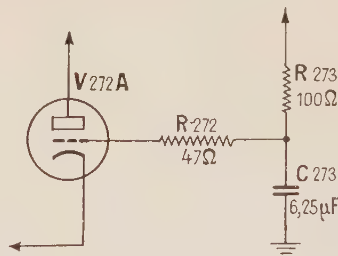


FIG. 2.

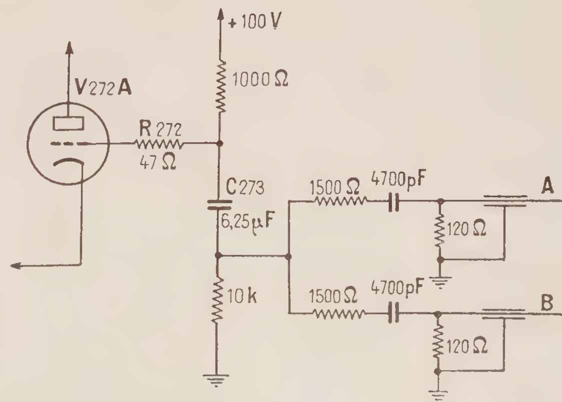


FIG. 3. — A : entrée impulsions de mesure.
B : entrée impulsions de marquage.

à deux tubes couplés par la cathode. La grille de l'un de ces deux tubes (V 272 A) est reliée à un point de potentiel fixe (+ 100 V), et découplée à la masse par un condensateur de 6,25 μF (C 273) (*fig.* 2).

Dans la modification que nous avons introduite (*fig.* 3), cette grille est utilisée comme deuxième entrée de l'amplificateur. Il suffit pour cela de placer une résistance entre la masse et la capacité de 6,25 μF. Afin de travailler sur une impédance d'entrée pas - trop faible, nous avons porté à 1 000 ohms la valeur de la résistance de fuite de grille (R 273).

L'ensemble des deux résistances constitue la base d'un mélangeur attaqué, d'une part par les impulsions de marquage, d'autre part par les impulsions de mesure. Ces deux entrées s'effectuent par des prises coaxiales type U H F placées à l'arrière de l'appareil.

3. **Performances.** — Elles sont en fait limitées par le type de l'oscillographe utilisé. La période de récurrence des ondes triangulaires a été choisie égale à 2 μs. Comme leur nombre est limité par l'encombrement sur l'écran, le temps d'observation peut varier de 2 à 30 μs. Les impulsions de marquage sont espacées de 0,500 μs ; leur largeur à la base est de 40 millimicrosecondes. Au dépouillement, la précision de lecture des temps est de 5 millimicrosecondes, soit le centième de l'intervalle séparant deux impulsions de marquage, et ceci indépendamment du nombre des ondes triangulaires.

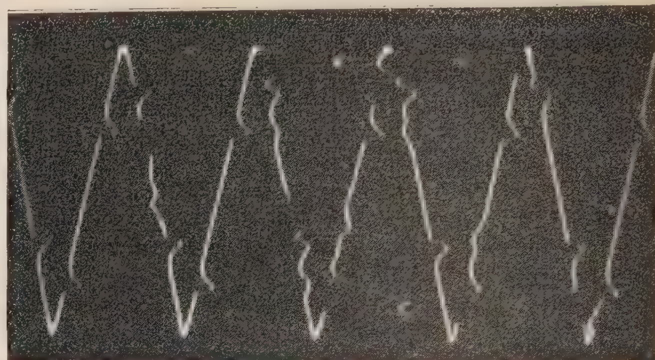


Fig. 4.

La figure 4 représente un oscillogramme-type. Les impulsions courtes sont les impulsions de marquage. Les grandes impulsions, dirigées vers la droite ou vers la gauche, sont les impulsions de mesure.

Manuscrit reçu le 27 juin 1960.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Campbell-Malin-Boyd-Hull, 2nd Symposium on Detonation, Washington, 1955.

[2] Kandall-Armster, *Rev. Sci. Instr.*, 1958, **29**, 892.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 11.
TOME 21, NOVEMBRE 1960, PAGE 219 A.

DESCRIPTION D'UNE ALIMENTATION DE JAUGE A IONISATION A SENSIBILITÉ LOGARITHMIQUE

Par GEORGES A. RENUCCI,
Chef de Travaux de Physique S. P. C. N. à la Faculté des Sciences d'Alger.

Résumé. — On décrit dans cet article une alimentation de jauge à ionisation du type triode normalisé. Le courant électronique de grille est préréglé et stabilisé. La pression est lue directement sur un seul appareil de mesure, en une seule gamme, de 5.10^{-4} à 5.10^{-7} mm Hg. Grâce à un dispositif électronique simple, le courant qui traverse l'appareil de mesure est proportionnel au courant ionique recueilli par la plaque de la jauge. Dans ces conditions la précision relative des mesures reste constante dans tout le domaine d'utilisation.

Abstract. — A supply for an ionization gauge of the normalized triode type is described in this article. The electronic grid current is pre-regulated and stabilized. The pressure is directly read on a single measuring micro-ammeter, in a single range from 5×10^{-4} to 5×10^{-7} mm Hg. Owing to a simple electronic device, the current passing through the measuring micro-ammeter, is proportional to ionic current collected by the gauge plate. In these conditions, the relative accuracy of measurement remains constant throughout the useful range.

Introduction. — Les besoins de notre laboratoire nous ont amenés à étudier une alimentation de jauge à ionisation du type triode permettant des mesures de pression de 5.10^{-7} à 5.10^{-4} torr, avec une précision relative constante. de l'ordre de 10 %, et ne nécessitant aucune intervention au cours de travail (réglage d'intensité ou changement de sensibilité).

La gamme de pressions que nous avons choisie est celle qui est utilisée le plus souvent au cours de travaux sur les vides poussés. Une précision relative de 10 % dans les mesures est très suffisante car les variations de la composition du gaz résiduel, généralement mal connu, peut provoquer des erreurs nettement supérieures. D'autre part, en cours d'opération il arrive couramment que la pression varie rapidement dans de larges limites. Il est alors nécessaire de pouvoir continuer à lire la pression, sans abandonner le contrôle de l'expérience en cours pour intervenir sur la marche de la jauge. L'utilisation d'un seul cadran de lecture qui permet de couvrir la gamme ci-dessus est alors particulièrement souhaitable.

La jauge à ionisation du type triode nous a semblé préférable aux jauges à ionisation sans filament qui utilisent des aimants permanents, tant pour sa stabilité que pour l'absence de champ magnétique à son voisinage. L'échange du filament ne présente plus de difficulté sur une jauge démontable, l'opération pouvant s'effectuer en quelques minutes. D'autre part, nous avons constaté que les jauges sans filament s'encrassent rapidement par pulvérisation cathodique, car elles utilisent des tensions élevées. Leur nettoyage nécessite alors un démontage qui est presque aussi fréquent que celui des jauges du type triode pour l'échange du filament. Nous avons utilisé une jauge triode correspondant aux normes AFNOR pour déterminer les constantes des circuits. L'alimentation réalisée répond aux caractéristiques requises grâce à une stabilisation des courants électroniques de jauge, et à l'emploi d'un amplificateur logarithmique permettant de lire toute la gamme de pressions sur une seule échelle.

Description de l'alimentation. — Une jauge-triode nécessite pour son utilisation une alimentation comportant : Deux sources de courant continu, l'une portant la grille à + 250 volts par rapport au filament et l'autre portant la plaque à — 50 volts par rapport au filament ; une source de courant pour le chauffage du filament, réglable aux environs de 4 volts et pouvant débiter une intensité de 4 à 5 ampères ; un dispositif de mesure, permettant de connaître à chaque instant le courant plaque, ou mieux, directement la pression qui lui est très sensiblement proportionnelle.

1° TENSIONS CONTINUES DE + 250 VOLTS ET — 50 VOLTS. — Nous avons utilisé, pour obtenir ces tensions, un circuit classique stabilisé par deux régulatrices, fournissant à partir du courant alternatif du réseau une tension continue de 300 volts, dont le pôle négatif est relié à la masse et le pôle positif à la grille de la jauge. Le filament est réuni à la masse par deux résistances fixes (R_1-R_4) et un rhéostat P_1 dont l'ensemble peut être réglé à une valeur voisine de 2 500 Ω. Lorsque l'alimentation débite 20 mA dans la jauge, il se trouve de ce fait à 250 volts au-dessous du potentiel de la grille et à 50 volts au-dessus du potentiel de la masse. Pendant les mesures la plaque de la jauge, reliée aux grilles de t_1 et t_2, se trouve au voisinage du potentiel de la masse et par conséquent à la tension négative de — 50 volts par rapport au filament.

2° Tensions de chauffage. — Le courant électronique de la jauge, variant beaucoup, même pour de faibles variations du courant de chauffage ou de la pression, il est nécessaire de le stabiliser. Dans ce montage, le courant de chauffage est stabilisé en fonction du courant électronique, de façon que celui-ci conserve une valeur constante de 20 mA. Pour cela, le filament est chauffé à l'aide de deux transformateurs couplés par l'intermédiaire de deux résistances R_8 et R_9 et de deux lampes de puissances V_3 et V_4 (type *EL* 84). Les grilles de ces lampes sont commandées par une double triode V_2 (type *ECC* 85) montée en amplificatrice à courant continu. Les deux triodes sont branchées en parallèle. La cathode de V_2 est portée à un potentiel fixe de 50 volts et sa grille est réunie au filament de la jauge. Nous voyons que si le courant électronique de celle-ci varie, la chute de potentiel dans la résistance de 2 500 Ω placée entre le filament de la jauge et la masse varie, commandant de ce fait la tension de chauffage, par l'intermédiaire de V_2 et V_3-V_4. La variation de la tension de chauffage est telle, qu'elle tend à s'opposer à la variation du courant électronique. Le condensateur C_3 permet à la boucle de satisfaire aux conditions de non-oscillation.

3° Dispositif de mesure. — Les courants ioniques à mesurer sont compris entre 10^{-4} et 10^{-7} A. Bien qu'il existe des microampèremètres d'une sensibilité suffisante pour effectuer ces mesures, leur fragilité et leur prix font que l'on préfère en général employer une lampe amplificatrice suivie d'un appareil de mesure moins sensible mais plus robuste. Dans le montage que nous décrivons, nous avons utilisé une double triode V_1 (type *ECC* 85) et un milliampèremètre donnant une déviation totale pour 100 μA.

Pour faire correspondre au courant ionique, dont la valeur est très sensiblement proportionnelle à la pression pour un gaz donné, une tension proportionnelle à son logarithme, nous avons utilisé une des propriétés fondamentales de la diode, qui est d'avoir entre le courant i qui la traverse et la différence de potentiel v existant entre ses deux électrodes, la relation suivante où A et B sont des constantes :

$$i = A\,e^{Bv} \quad \text{ou} \quad \text{Log}\; i/A = Bv,$$

à condition que la plaque soit toujours négative par rapport à la cathode et que la cathode soit à une température constante. Les résultats expérimentaux obtenus nous ont permis de constater que cette loi est applicable avec une approximation suffisante dans le cas du tube que nous avons utilisé.

Réalisation. — La figure ci-dessous montre le schéma simplifié du dispositif de mesure.

Nous avons utilisé comme diode, l'ensemble cathode-grille d'une triode t_1 de V_1. La plaque et la cathode de t_1 sont réunies à la masse, constituant un blindage. La grille de t_1 jouant dans ce montage le rôle de « plaque » de la diode, est réunie à la plaque de la jauge et à la grille de la deuxième triode t_2 de V_1, servant d'amplificatrice à courant continu.

Fig. 1.

La cathode de t_2 est réunie à la masse par une résistance R_4 de 100 Ω. Cette résistance est parcourue par le courant stabilisé de 20 mA. On obtient ainsi une polarisation normale de 2 volts pour t_2 et l'on évite en même temps de collecter un courant électronique important sur la grille, pouvant s'ajouter à celui de t_1,

L'ensemble flottant formé par les grilles des deux triodes de V_1 et la plaque de la jauge, reçoit d'une part des électrons dans t_1 et d'autre part des ions dans la jauge. En l'absence d'ions (vide parfait) l'ensemble deviendrait de plus en plus négatif, sans limite théorique. Si l'ensemble reçoit aussi un courant d'ions dépendant très peu de son potentiel (ce qui est le cas pendant les mesures) sont potentiel cessera de devenir négatif, lorsque le courant d'ions sera égal au courant d'électrons. Cet état d'équilibre est atteint presque instantanément. La différence de potentiel est alors proportionnelle, à une constante près, au logarithme de la valeur absolue du courant électronique ou ionique. Cette différence de potentiel, ne variant que de 0,7 volt environ d'un bout à l'autre de la gamme, ne modifie pas d'une façon appréciable l'intensité du courant ionique recueilli.

Fig. 2.

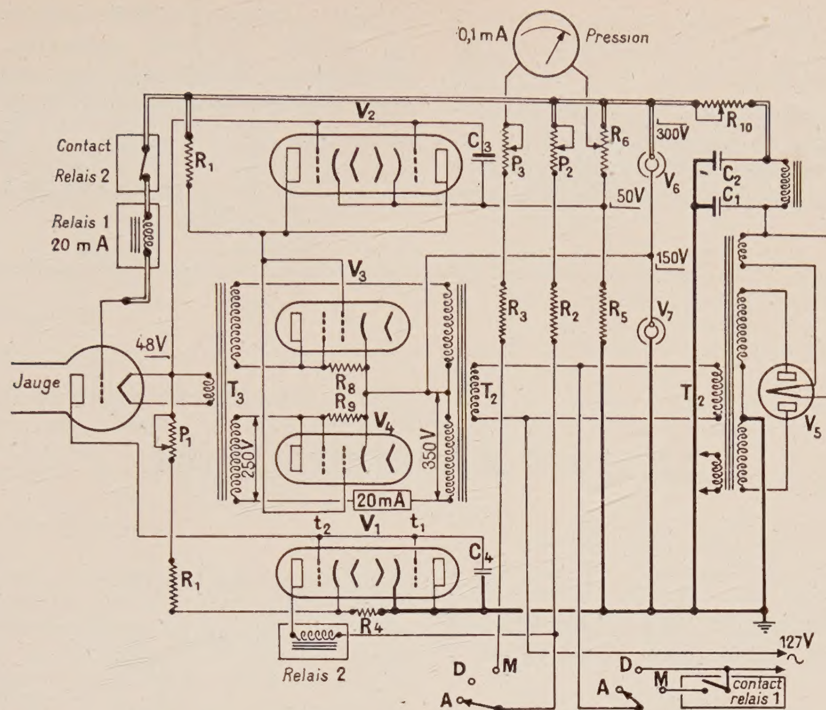


FIG. 3.

La triode amplificatrice t_2, fonctionne avec une résistance de charge $P_2 + R_2$ sur la plaque. L'appareil de lecture, utilisé en voltmètre à faible consommation, est monté entre la plaque de t_2 et un point d'une chaîne de résistances établie aux bornes de la tension de 300 volts. En agissant sur P_2 et P_3 on peut arriver à faire indiquer zéro au voltmètre lorsque la pression est de 5.10^{-7} torr et sa déviation totale pour 5.10^{-4} torr (1). On peut démontrer que dans ce montage, les déviations du voltmètre sont proportionnelles au logarithme du courant ionique, ce qui nous a permis de donner au cadran l'aspect ci-dessus (*fig.* 2, p. 220).

L'ensemble du montage électrique est représenté dans la figure 3.

(1) Le réglage peut être effectué facilement, si l'on connaît la relation numérique liant le courant ionique à la pression pour la jauge utilisée. On peut prendre par exemple 5.10^{-7} torr pour 0,15 μA si l'on dispose d'une jauge normalisée, en présence d'air comme gaz résiduel.

Pour effectuer le réglage, on opérera de la façon suivante :

1° La jauge étant en fonctionnement sous vide, déconnecter la plaque puis réunir les grilles de V_1 à la masse par l'intermédiaire d'une boîte de résistances et d'un galvanomètre.

2° Faire indiquer au galvanomètre 0,15 μA en faisant varier la valeur de la résistance de la boîte (c'est le courant électronique de T_1 que l'on mesure) puis faire indiquer 5.10^{-7} torr au microampèremètre de mesure du vide en agissant sur P_2.

3° Faire indiquer au galvanomètre 150 μA en diminuant la résistance de la boîte et 5.10^{-4} torr au microampèremètre de mesure du vide en agissant sur P_3.

On remarque que l'opération 3 peut être effectuée pour une valeur quelconque de l'échelle de pression, à condition que le galvanomètre indique l'intensité correspondante.

D'autre part, la position du curseur de R_6 sera choisie de façon que le réglage de P_3 se fasse de préférence vers le milieu de sa course.

Si l'on change le tube V_1, il est nécessaire de refaire les réglages ci-dessus. De même, on devra vérifier périodiquement si les réglages n'ont pas varié, les caractéristiques du tube V_1 pouvant évoluer à la longue.

VALEUR DES CAPACITÉS ET DES RÉSISTANCES

$C_1 = 32$ μF	$R_1 = 2$ kΩ
$C_3 = 32$ μF	$R_2 = 30$ kΩ
$C_3 = 10$ μF	$R_3 = 150$ kΩ
$C_4 = 1$ μF	$R_4 = 0{,}1$ kΩ
	$R_5 = 2$ kΩ
$P_1 = 1$ kΩ	$R_6 = 10$ kΩ
$P_2 = 5$ kΩ	$R_7 = 50$ kΩ
$P_3 = 5$ kΩ	$R_8 = 4$ kΩ
	$R_9 = 4$ kΩ
	$R_{10} = 5$ kΩ

— Trois positions ont été prévues pour le commutateur :

A : arrêt D : dégazage M : mesure.

Au moment de la mise en marche de la jauge, il est nécessaire de s'arrêter quelques minutes sur la position D, afin de permettre à la jauge de se dégazer en grande partie, sans surcharger le voltmètre de mesure.

— On peut intercaler des relais de protection, comme nous l'avons indiqué sur le schéma, ou faire des branchements directs.

En pratique, plusieurs causes (géométrie de la diode, non linéarité de l'amplificateur à courant continu, consommation du voltmètre), modifient légèrement la réponse théorique. Cependant le montage décrit a été étudié empiriquement dans ses détails, de façon à ce que ces différentes perturbations se compensent en grande partie, les erreurs restant inférieures aux limites prescrites. Dans le cas où l'on voudrait augmenter la précision, il serait nécessaire, soit d'utiliser une courbe d'étalonnage, soit d'utiliser un cadran gradué expérimentalement.

Manuscrit reçu le 1er juillet 1960.

LETTRES A LA RÉDACTION

MESURE DE L'ÉPAISSEUR DES FILMS MINCES PENDANT LEUR FORMATION SOUS VIDE

Par J. C. Bruyère,
Laboratoire d'Électrostatique
et de Physique du Métal, Grenoble.

Un procédé original de mesure des épaisseurs de films minces pendant leur formation sous vide a été proposé par P. Lostis dans sa thèse [1], [2]. Le principe est le suivant :

Si l'on surcharge de Δm un quartz piézoélectrique de masse « m_0 » oscillant à la fréquence F_0 la variation de fréquence satisfait à la relation

$$\frac{\Delta F}{F_0} = \frac{\Delta m}{m_0}. \qquad (1)$$

Pour mettre en évidence la variation de fréquence on utilise une méthode de battements suivant le schéma fonctionnel ci-dessous (*fig.* 1).

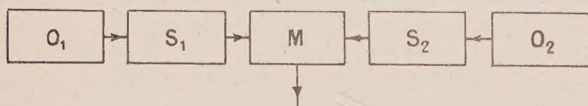


Fig. 1. — O_1 oscillateur à fréquence fixée ; O_2 oscillateur à fréquence variable ; S_1 et S_2 étages séparateurs ; M étage mélangeur.

Oscillateurs. — Les deux oscillateurs sont identiques du type à « réaction cathodique ». La fréquence origine est de 5 MHz. Les variations de fréquences utilisées sont au maximum de 5 000 Hz soit un rapport $F/\Delta F$ supérieur au facteur de surtension du circuit d'accord anodique. Aucun amortissement supplémentaire n'est donc prévu.

La stabilité de l'oscillateur est assurée d'une part en stabilisant la tension d'écran du tube à 150 volts, d'autre part en réglant le couplage cathodique à une faible valeur ajustée par la capacité « C ».

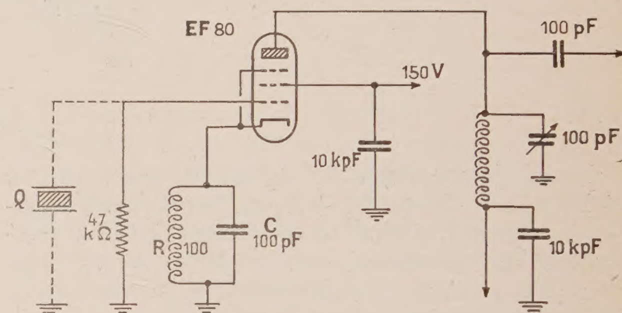


Fig. 2.

Étages séparateurs. — Un tube pentode à tension d'écran stabilisée assure une impédance de charge constante à l'oscillateur. Dans l'anode, une self de choc constitue le circuit de charge.

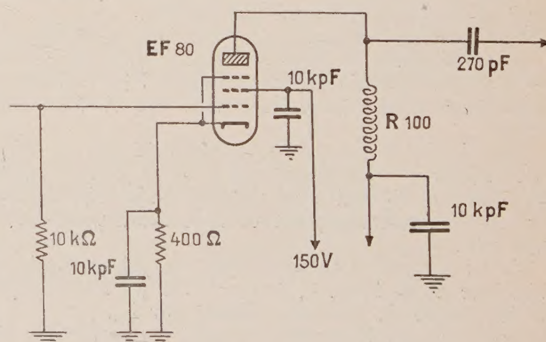


Fig. 3.

Étage mélangeur. — Il est constitué par une double triode. Le battement entre les fréquences est réalisé dans la charge commune de cathode. Un circuit de filtrage de la haute fréquence isole la seule composante basse fréquence.

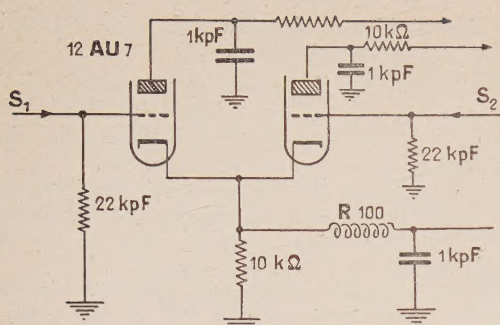


Fig. 4.

Liaison du quartz de mesure à l'oscillateur. — Elle est réalisée par une ligne bifilaire 300 Ω de 50 cm de longueur. Le passage à travers la cloche à vide se fait par deux perles isolantes en verre fritté. La liaison par câble coaxial est à déconseiller, la capacité d'un tel conducteur étant trop importante.

Essais et résultats. — Le signal basse fréquence de battement est presque sinusoïdal et permet une mesure de la fréquence soit par figure de Lissajous, soit par un fréquencemètre à impulsions. La stabilité de fréquence dans le temps est de 1 Hz. Toutefois on ne peut mesurer avec précision que des basses fréquences supérieures à 100 Hz. Au-dessous de cette limite la synchronisation des deux oscillateurs perturbe les résultats, malgré les découplages prévus.

Pendant l'évaporation il se produit un échauffement de quartz dû au rayonnement de la source, la dérive de fréquence qui en résulte atteint quelques dizaines de Hertz. Il faut protéger le quartz par un cache percé d'un orifice permettant le passage du jet atomique. La sensibilité de la méthode dépend seulement de l'étendue de la surface du quartz recevant le dépôt. Après plusieurs évaporations les dépôts successifs sont facilement dissous dans l'acide nitrique. Le nettoyage du quartz se fait lorsque la variation de fréquence atteint 3 000 Hz environ. Au delà de cette valeur les oscillations du quartz sont amorties par la surcharge ce qui provoque un décrochage de l'oscillateur.

Étalonnage. — La densité d'un film mince métallique est différente de celle du métal massif. La formule (1) ne permet donc pas de tracer un graphique rigoureux. Par contre après étalonnage le dispositif permet d'obtenir des résultats absolument reproductibles.

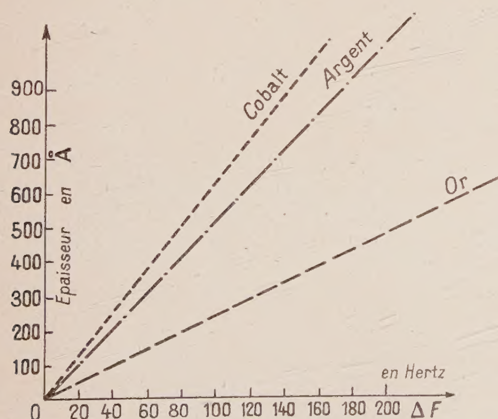


Fig. 5. — Courbes d'étalonnage.

Durant une évaporation on recueille un film dont on mesure l'épaisseur optique vraie par la méthode de Tolansky [3], parallèlement on note la variation de fréquence. L'étalonnage doit être répété pour tous les corps à évaporer.

L'appareil décrit répond à un double soucis de simplicité et de stabilité.

A titre indicatif, voici les courbes d'étalonnage relevées par les trois métaux Au, Ag, Co (*fig.* 5). Précisons que sur le quartz le dépôt avait 2 mm de diamètre.

Lettre reçue le 28 septembre 1960.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Lostis (P.), Thèse d'Ingénieur-Docteur. *Rev. Optique*, 1959, **38**, n° 1, 1-28.
[2] Lostis (P.), *J. Physique Rad.*, 1959, **20**, n° 8-9, 25 S.
[3] Tolansky, Multiple Beam Interferometry, Clarendon Press, 1948, 143.

DISPOSITIF PHOTOÉLECTRIQUE DE DÉCLENCHEMENT D'UN CHRONOMÈTRE

Par J. C. Bruyère,
Laboratoire d'Électrostatique et de Physique du Métal, Grenoble.

La mesure précise de la période d'oscillation d'un pendule de torsion nous a conduit à l'étude d'un dispositif de déclenchement automatique d'un organe de comptage [1] [2], en la circonstance d'un chronomètre Rochar du type A 770.

Les périodes d'oscillations mesurées peuvent varier de 50 à 100 secondes. La vitesse linéaire du spot lumineux à son passage devant la cellule est très faible car on utilise de faibles amplitudes.

Pour le chronomètre donné on peut évaluer la précision maximum possible sur les intervalles de temps mesurés. Pour 100 secondes l'erreur absolue est de un centième de seconde. Le système de déclenchement ne doit pas introduire d'erreur supérieure à cette valeur.

Le début et la fin du comptage doivent se traduire par des impulsions négatives de caractéristiques : amplitude minimum : 10 volts ; temps de montée maximum : 10 microsecondes.

Un spot lumineux passant devant une cellule photoélectrique à la vitesse de 0,5 cm/seconde, fournit un signal à temps de montée supérieur à celui exigé.

Le dispositif étudié répond à deux impératifs : *a*) délivrer des impulsions négatives à front raide de niveau et de forme déterminés indépendants des caractéristiques du signal photoélectrique ; *b*) délivrer une impulsion négative toutes les deux impulsions photoélectriques de façon à mesurer la période d'oscillation du pendule.

Le schéma fonctionnel du dispositif est indiqué ci-dessous :

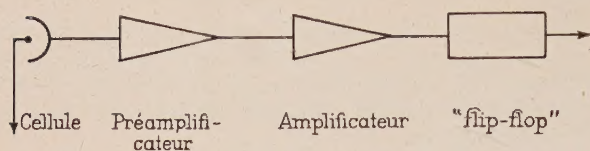


Fig. 1.

Il comprend :

a) Une cellule à gaz type 90 CG.

b) Un étage préamplificateur de tension réalisé par une lampe à pente variable. Le gain de l'étage étant réglé en agissant sur la polarisation de grille.

c) Un étage amplificateur constitué par un tube à pente variable et à faible « cut-off ». Au repos le tube est bloqué. Cet état présente l'intérêt d'éviter une amplification importante du bruit de fond des étages précédents, ce qui rend plus stable le fonctionnement de la bascule qui suit.

Le faible recul de grille permet un écrétage efficace même pour un signal d'amplitude réduite. Le signal est ensuite dérivé. Une diode permet de conserver uniquement les impulsions négatives.

d) Un étage « flip-flop » classique assure la division par deux du nombre d'impulsions négatives d'entrée. En sortie le signal impulsionnel à front raide est de niveau bien supérieur aux 10 volts exigés.

Le déclenchement et le blocage du comptage se font par le front arrière des impulsions photoélectriques. L'erreur introduite par le signal incident est rendu faible par sa mise en forme rectangulaire.

Le dispositif donne satisfaction pour des vitesses de passage du spot supérieures à 0,5 cm/seconde. Au-dessous de cette valeur on peut encore utiliser le procédé en augmentant artificiellement la vitesse du spot au passage sur la cellule. Pour cela on peut employer une lentille plan-cylindrique. La vitesse est accrue dans le rapport de grandissement du système optique.

Lettre reçue le 28 septembre 1960.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Electron Tube Circuits par Samuel Seely, McGraw-Hill, 1958.
[2] Bulletin Technique « Miniwatt », n° 6.

Le Gérant : Maurice Blondin. — Dépôt légal : 4e trim. 1960. — Imp. Taffin-Lefort, à Lille (France).